

2012

DRÔLES DE MATHS

le concours mathématique des collégiens

Lundi 30 janvier 2012 – Durée : 45 min

CORRIGE 6^{ème} – 5^{ème}



un concours Scoli'daire

DE L'EAU SAINTE,
POUR LES ENFANTS D'HAÏTI !



1 à 5 réponses correctes par question

BAREME

Crédit :	120 pts
Proposition correcte cochée :	+ 3 pts
Proposition mauvaise cochée :	-2 pts

EPREUVE SANS CALCULATRICE : avec un peu d'astuce, les calculs s'effectuent toujours simplement.

CHAQUE PARTICIPANT recevra le Livret scientifique Integral, le diplôme Integral, ainsi qu'un abonnement découverte de 6 numéros à Mon Quotidien ou l'Actu.

01

Combien de côtés possède un triangle rectangle isocèle dessiné en vert ?

- A) 2 B) 3 C) 5 D) un nombre pair E) un nombre impair

Par définition, un triangle a 3 côtés, sa couleur ne change rien à l'affaire !

Un triangle rectangle isocèle dessiné en vert possède 3 côtés, un nombre impair.

Les réponses correctes sont les réponses B et E.

02

En moyenne, dans les pays défavorisés, les femmes et les filles parcourent chaque semaine 42 kilomètres à pied pour aller chercher de l'eau (UNICEF).

Combien parcourent-elles en moyenne chaque jour ?

- A) moins de 21 km B) 5 km C) 6 km D) 9 km E) 6 000 m



Une semaine est constituée de 7 jours. Par conséquent, chaque jour, la distance parcourue est 7 fois moins grande que celle parcourue en une semaine.

Cette distance est bien sûr inférieure à la moitié de 42 km, c'est-à-dire à 21 km.

Pour trouver sa valeur exacte, il faut diviser 42 par 7. Comme $42 = 6 \times 7$. On en déduit que la distance recherchée mesure 6 km, ou encore $6 \times 1\,000 = 6\,000$ m, puisque 1 km = 1 000 m.

Dans les pays défavorisés, chaque jour, les femmes et les filles parcourent en moyenne 6 km, ou encore 6 000 m, soit moins de 21 km.

Les réponses correctes sont les réponses A, C et E.

03

Noé, 12 ans, a 2 ans de plus qu'Anissa, qui elle-même a la moitié de l'âge de Guillaume.

Sachant qu'il fait beau et que les merguez sont à point, dans combien d'années Noé aura-t-il 18 ans ?

- A) 2 ans B) 6 ans C) 10 ans D) 18 ans E) 20 ans

Si Noé a 12 ans, il aura 18 ans dans $18 - 12 = 6$ ans.

Et c'est tout !

Noé aura 18 ans dans 6 ans.

La réponse correcte est la réponse B.

04

Moi, les fractions, je m'en purlèche les babines. Maman en mettait dans mon potage. Et toi ? **Si je te donne un pâté de raton-laveur par exemple, tu peux :**

- A) en consommer la moitié B) en consommer 50% C) en consommer les trois quarts
D) en consommer 100% E) en consommer les six cinquièmes

Il est tout à fait possible d'en consommer la moitié.

En consommer 50%, ce serait en consommer 50 parts s'il y en avait 100, c'est-à-dire en consommer la moitié. Donc, tu peux en consommer 50%.

En consommer les trois quarts, ce serait en consommer 3 parts s'il y en avait 4. Ceci est tout à fait possible.

En consommer 100%, ce serait en consommer 100 parts s'il y en avait 100, c'est-à-dire tout consommer. Tu peux en consommer 100%.

En consommer les six cinquièmes, ce serait en consommer 6 parts s'il y en avait 5. C'est impossible !

Tu peux donc consommer la moitié, 50%, les trois quarts ou 100% de ce pot de pâté de rat. Bon appétit !

Les réponses correctes sont les réponses A, B, C et D.

05
 λ

L'inspecteur des nombres est de passage, ça va ouiiner ! Il soumet les nombres 2 par 2 à l'épreuve de la balance : si les 2 nombres ne sont pas égaux, ils sont mis au cachot. Les nombres ci-dessous sont soumis à l'épreuve de la balance.

Quels sont ceux qui ne seront pas mis au cachot ?

- A) 10 et $\frac{100}{10}$ B) 0,1 et $\frac{1}{10}$ C) 1,1 et $1 + \frac{1}{10}$
 D) 12,304 et 12,3+0,04 E) 0,95 et 1-0,05

$\frac{100}{10}$, c'est le résultat de la division de 100 par 10. Cela donne bien 10.

$\frac{1}{10}$, c'est le résultat de la division de 1 par 10. Cela donne bien 0,1.

On a bien : $1 + \frac{1}{10} = 1 + 0,1 = 1,1$.

On a : $12,304 = 12,3 + 0,004$ et non pas $12,3 + 0,04$.

Enfin : $0,95 + 0,05 = 1$ ce qui confirme que $0,95 = 1 - 0,05$

Les nombres qui ne seront pas mis au cachot sont : 10 et $\frac{100}{10}$, 0,1 et $\frac{1}{10}$, 1,1 et $1 + \frac{1}{10}$, 0,95 et 1-0,05.

Les réponses correctes sont les réponses A, B, C et E.

06
 λ

Hier soir, je décroche, c'était 11. Pas le moral 11. Il me dit, je vais m'automultiplier. Je lui dis « Non 11, ne fais pas ça ! Pense à ta famille... ». Trop tard.

On peut dire que le résultat de la multiplication de 11 par lui-même est :

- A) égal à 22 B) supérieur à 110 C) égal à 111 D) égal à 121 E) égal à 1111

On s'intéresse au produit : 11×11 .

Comme $11 > 10$, on est certain que ce produit est supérieur à $11 \times 10 = 110$.

On peut poser la multiplication, mais on peut aussi constater que 11×11 , c'est 10×11 plus 1×11 , d'où

$$\begin{aligned} 11 \times 11 &= \underline{10 \times 11} + \underline{1 \times 11} \\ &= 110 + 11 \\ &= 121 \end{aligned}$$

Le résultat de la multiplication de 11 par lui-même est supérieur à 110, il vaut exactement 121.

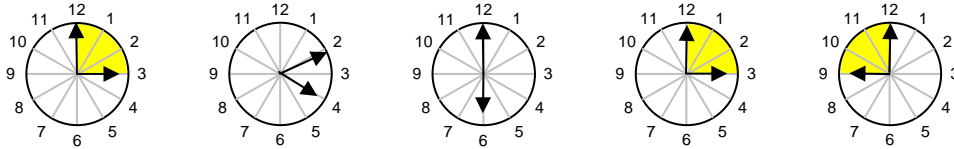
Les réponses correctes sont les réponses B et D.

07

C'est une horloge à aiguilles chargée de recrutement, qui fait passer un test à une montre digitale, une petite jeune.

Dis-moi, digitoche, parmi les propositions suivantes, à quelles heures très exactement les deux aiguilles d'une horloge sont-elles perpendiculaires ?

- A) 3 H 00 B) 4 H 12 C) 6 H 00 D) 15 H 00 E) 21 H 00



On place les aiguilles aux différentes heures proposées.

Les deux aiguilles d'une horloge sont exactement perpendiculaires à 3 H 00 , 15 H 00 et 21 H 00 .

Les réponses correctes sont les réponses A, D et E.

08

« Ecoute Maman, je suis débordée, je suis en train de faire des dreadlocks à Marcel. J'ai un exercice de maths pour demain, n° 7 page 62 , tu peux t'en occuper ? ».

Le nombre de nombres différents de 3 chiffres que l'on peut fabriquer en utilisant une et une seule fois chacun des chiffres 2 , 4 et 5 , sachant que 5 est le chiffre des dizaines ou des centaines, est :

- A) supérieur ou égal à 2 B) égal à 4 C) égal à 5 D) égal à 6 E) égal à 8

Les nombres 254 et 524 conviennent, donc le nombre recherché est supérieur ou égal à 2 .

Essayons de trouver tous les nombres qui conviennent.

Méthode 1 :

On s'aide d'un arbre pour ne pas en oublier.

Avec 5 en chiffre des dizaines :

$$\begin{array}{l} \square \quad \square \quad \square \\ 2 \text{ ----- } 5 \text{ ----- } 4 \rightarrow 254 \\ | \\ 4 \text{ ----- } 5 \text{ ----- } 2 \rightarrow 452 \end{array}$$

Avec 5 en chiffre des centaines :

$$\begin{array}{l} 5 \text{ ----- } 2 \text{ ----- } 4 \rightarrow 524 \\ | \\ 5 \text{ ----- } 4 \text{ ----- } 2 \rightarrow 542 \end{array}$$

Méthode 2 :

Avec 5 en chiffre des dizaines, pour le chiffre des centaines, on a 2 choix possibles : 2 ou 4 . Ce chiffre des centaines étant choisi, il ne reste plus que 1 choix possible pour celui des unités car le chiffre qui a servi pour les centaines n'est plus utilisable. Donc finalement, 2 nombres sont possibles : 254 et 452 .

Avec 5 en chiffre des centaines, pour le chiffre des dizaines, on a 2 choix possibles : 2 ou 4 . Ce chiffre des dizaines étant choisi, il ne reste plus que 1 choix possible pour celui des unités. Donc finalement, 2 nombres sont possibles: 524 et 542 .

Au total, 4 nombres sont possibles.

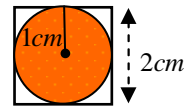
On peut donc fabriquer dans ces conditions plus de 2 nombres, on peut en fabriquer très exactement 4 .

Les réponses correctes sont les réponses A et B.

09
λ

Un lapin surdoué s'exerce à Drôles de Maths. Il tombe sur une question potagère.
Quel est le rayon de la plus grande rondelle de carotte circulaire que l'on peut placer à plat à l'intérieur d'une boîte carrée dont le côté mesure 2 cm ?

- A) 0 cm B) 1 cm C) 2 cm D) 4 cm E) 8 cm



Le diamètre de la carotte mesure 2 cm (voir figure).
Son rayon mesure la moitié du diamètre, soit : 1 cm

Le rayon de la plus grande rondelle de carotte circulaire que l'on peut placer à l'intérieur du carré de côté 2 cm mesure 1 cm.

La réponse correcte est la réponse B.

10
λ

336, c'est le prince de la raclette, le roi de la tartiflette. Peu de gens le savent, mais il a également un secret : il est le produit de 3 nombres entiers à un chiffre consécutifs (qui se suivent). **On peut dire que parmi ces trois nombres :**

- A) aucun n'est 0 B) l'un est 5 C) l'un est 6 D) l'un est 7 E) aucun n'est 9

0 n'est pas possible car il rendrait le produit des 3 nombres nul.

5 n'est pas possible car le produit des 3 nombres serait un multiple de 5 ce qui n'est pas le cas de 336.

Il reste donc quatre possibilités pour les 3 nombres consécutifs : 1;2;3 ; 2;3;4 ; 6;7;8 ou 7;8;9.

1;2;3 ne convient pas car $1 \times 2 \times 3 = 6 \neq 236$.

2;3;4 ne convient pas car $2 \times 3 \times 4 = 24 \neq 236$.

On remarque que 336 est un multiple de 4 car 36 est un multiple de 4.

On remarque également que 336 est un multiple de 3 mais pas de 9 car $3+3+6=12$ est un multiple de 3 mais pas de 9.

Par conséquent, 7;8;9 n'est pas possible.

Les trois nombres consécutifs sont donc : 6;7;8

On peut vérifier que : $6 \times 7 \times 8 = 42 \times 8 = 336$

Parmi ces trois nombres consécutifs, aucun n'est 0, l'un est 6, l'un est 7 et aucun n'est 9.

Les réponses correctes sont les réponses A, C, D et E.

11
λ

Depuis que Poulpo a gobé sa voisine la pieuvre pour éliminer la concurrence, tous ses descendants possèdent une particularité étonnante : le nombre de leurs tentacules est proportionnel au nombre d'années écoulées depuis leur naissance. A 2 ans, les poulpes possèdent déjà 6 tentacules ! **Combien en possèdent-ils à 5 ans ?**

- A) 5 B) 6 C) 15 D) 16 E) 30

Méthode 1

Puisque le nombre de leurs tentacules est proportionnel au nombre d'années écoulées depuis leur naissance et qu'à 2 ans, ils possèdent déjà 6 tentacules, c'est qu'à 1 an, ils en possèdent la moitié, soit : 3.

Par proportionnalité, à 5 ans, ils en possèdent : $3 \times 5 = 15$.

Méthode 2

Appelons t le nombre de tentacules des Poulpos à 5 ans.

Par proportionnalité, on doit avoir :

$$\frac{t}{5} = \frac{6}{2}$$

d'où $b = \frac{\cancel{2} \times 3 \times 5}{\cancel{2}} = 15$

Nombre de bras	6	t
Années écoulées	2	5

A l'âge de 5 ans, les descendants de Poulpo possèdent 15 tentacules.

La réponse correcte est la réponse C.

λ¹²

Chaque matin, elle coupe quelques morceaux de troncs. Bing, bang, elle cogne dur, Mémé ! En 2 coups de hache, elle coupe à chaque fois un morceau en 3 nouveaux morceaux. Ce matin Mémé dispose de 7 morceaux de troncs. Au bout de quelques minutes, il y en a déjà 27. **Combien de coups de hache a-t-elle donnés ?**



- A) 2 B) 3 C) 10 D) 13 E) 20

Chaque fois que Mémé donne 1 coup de hache, elle augmente le nombre de morceaux de 1, puisque 1 morceau devient 2 morceaux. Or, au départ, le nombre est de 7. Il passe ensuite à 27, donc augmente de 20. Elle a donc donné 20 coups de hache.

Mémé a donné 20 coups de hache.

La réponse correcte est la réponse E.

λ¹³

Tu vois à quoi ressemble une autruche ? Tiens, regarde ton voisin. Un grand cou, des plumes et 2 pattes, c'est comme ça une autruche ! Dans ma classe, j'ai compté 48 pattes d'autruches. **Cela représente combien de paires d'autruches ?**



- A) 2 B) 12 C) 24 D) 48 E) 96

Si on voit $48 = 2 \times 24$ pattes, c'est qu'il y a 24 autruches.
Et comme $24 = 2 \times 12$, on a donc 12 paires d'autruches.

48 pattes appartiennent à 12 paires d'autruches.

La réponse correcte est la réponse B.

λ¹⁴

On estime aujourd'hui que le quart de la population mondiale (celle des pays riches, dont nous faisons partie) consomme chaque année les trois quarts des ressources terrestres. **Par rapport à un habitant des pays riches, un habitant des pays pauvres consomme, en moyenne :**



- A) moins B) plus C) 3 fois moins D) 9 fois plus E) 9 fois moins

Les pauvres sont plus nombreux que les riches et consomment moins, donc un pauvre en moyenne consomme moins qu'un riche.

Imaginons maintenant que sur Terre, 1 riche et 3 pauvres doivent se partager 12 sacs de riz.

Le riche aurait trois quarts de 12 sacs, soit $\frac{3}{4} \times 12 = \frac{3 \times 3 \times \cancel{4}}{\cancel{4}} = 9$ sacs.

Les 3 pauvres se partageraient les 3 sacs restants, soit 1 sac chacun.

Et donc, chaque pauvre consommerait 9 fois moins que chaque riche.

Par proportionnalité, on en déduit qu'un habitant des pays pauvres consomme en moyenne neuf fois moins qu'un habitant des pays riches.

Les réponses correctes sont les réponses A et E.

15
λ

Bon, Momo, concentre-toi, fini le délire maintenant. C'est le moment de montrer à ton professeur de maths que tu n'es pas un rigolo. Vas-y, épate-le !

On peut dire du double de la moitié d'un nombre entier impair qu'il est :

A) entier B) père C) oncle D) pair E) impair

Un nombre entier étant donné, prendre sa moitié, c'est le diviser par 2 .

En prendre le double, c'est le multiplier par 2

Or, si on divise un nombre par 2 , puis que l'on multiplie le résultat par 2 , on retrouve le nombre de départ.

Si ce nombre était un entier impair, il reste un entier impair.

On peut donc dire que le double de la moitié d'un nombre entier impair est un entier impair.

Les réponses correctes sont les réponses A et E.

16
λ

A Koh Lanta, les 3 jaunes ont perdu l'épreuve du pili-pili. Pendant 8 jours, ils devront croquer chaque jour la même part de pili-pili à raison de 29 piments par personne tous les 3 jours, tandis que pour les 5 rouges, ce sera 12 piments par personne tous les 5 jours.

Pendant ces 8 jours, le nombre de piments consommés sera :

A) égal à 96 B) supérieur ou égal à 174 C) égal à 232 D) égal à 284 E) égal à 328

On établit facilement que le nombre recherché est supérieur ou égal à 174 .

En effet, à eux seuls, sur une période de 2 fois 3 jours seulement, les 3 jaunes devront croquer $2 \times 3 \times 29 = 2 \times 87 = 174$ piments.

Recherchons le nombre exact de piments nécessaires.

Chaque jour, chaque jaune consomme $\frac{29}{3}$ de piments, donc 3 jaunes en 8 jours

$$\text{consomment : } 3 \times 8 \times \frac{29}{3} = \frac{\cancel{3} \times 8 \times 29}{\cancel{3}} = (10 - 2) \times 29 = 10 \times 29 - 2 \times 29 = 290 - 58 = 232$$

piments

Chaque jour, chaque rouge consomme $\frac{12}{5}$ de piments, donc 5 rouges en 8 jours

$$\text{consomment : } 5 \times 8 \times \frac{12}{5} = \frac{\cancel{5} \times 8 \times 12}{\cancel{5}} = 96 \text{ piments.}$$

Au total, il faudra donc prévoir $232 + 96 = 328$ piments. Pili-pili !

Pendant ces 8 jours, le nombre de piments consommés sera supérieur ou égal à 174 , il vaudra très exactement 328 .

Les réponses correctes sont les réponses B et E.

17

A Hot Dog City, vivent 100 saucisses et des baguettes. 20% des saucisses se sont mariées à 10% des baguettes. Chaque saucisse ou baguette ne se marie qu'une seule fois.

Combien de baguettes vivent à Hot Dog City ?

- A) 10 B) 20 C) 50 D) 100 E) 200

Méthode 1

Le nombre de saucisses mariées, est 20% de 100, soit :

$$\frac{20}{100} \times 100 = \frac{20 \times \cancel{100}}{\cancel{100}} = 20$$

Chaque saucisse ou baguette ne se mariant qu'une seule fois, on en déduit que 20 baguettes se sont mariées.

Or, ces baguettes mariées représentent 10% des baguettes. On en déduit que 200

baguettes vivent à hot Dog City car $\frac{10}{100} \times 200 = \frac{10 \times 2 \times \cancel{100}}{\cancel{100}} = 20$.

Méthode 2

Chaque fois que l'on marie une saucisse, on marie une baguette. Or, la proportion de saucisses mariées parmi l'ensemble des saucisses, 20%, est deux fois plus importante que la proportion de baguettes mariées parmi l'ensemble des baguettes, 10%. C'est donc que les baguettes sont 2 fois plus nombreuses que les saucisses.

Il y a donc 200 baguettes.

Méthode 3

Appelons s le nombre de saucisses et b le nombre de baguettes.

20% des saucisses se sont mariées à 10% des baguettes se traduit par :

$$\frac{20}{100} \times s = \frac{10}{100} \times b$$

$$\text{d'où } \frac{10 \times \cancel{20}}{\cancel{100}} \times s = \frac{10 \times \cancel{10}}{\cancel{100}} \times b$$

$$\text{d'où } 2s = b$$

On en déduit qu'il y a 2 fois plus de baguettes que de saucisses.

Comme les saucisses sont 100, les baguettes sont 200.

A Hot Dog City vivent 200 baguettes.

La réponse correcte est la réponse E.

18

A toujours téter son biberon Leslie, 14 ans, agace sa maman qui décide de sévir et lui donne 1 000 jours pour arrêter. Sinon, elle balance le dossier sur internet. Nous sommes un lundi. **Quel jour de la semaine serons-nous dans 1 000 jours ?**



- A) mercredi B) jeudi C) vendredi D) samedi E) dimanche

On peut essayer de savoir combien il y a de tranches de 7 jours, donc de semaines, dans 1 000 jours.

On essaie de décomposer 1 000 en une somme de multiples de 7.

Par exemple, de la manière suivante :

$$\begin{aligned} 1\,000 &= 700 + 280 + 14 + 6 \\ &= 100 \times 7 + 40 \times 7 + 2 \times 7 + 6 \end{aligned}$$

Autrement dit, 1 000 jours, c'est 100 semaines plus 40 semaines plus 2 semaines plus 6 jours, ou encore, 142 semaines plus 6 jours.

Si nous sommes un lundi, dans exactement 142 semaines, nous serons de nouveau un lundi, et 6 jours plus tard, nous serons un dimanche.

Dans 1 000 jours, nous serons un dimanche.

La réponse correcte est la réponse E.

19
λ

Tex se passionne pour la vie amoureuse du têtard en année bissextile. Il achète des DVD sur ce thème, tous au même prix. Il en achète autant que le prix en euros de chaque DVD. Il paye le tout de manière exacte, uniquement avec des chèques cadeaux de 3 euros.

Combien d'euros ont pu lui coûter tous ces DVD ?

- A) 9 euros B) 36 euros C) 49 euros D) 66 euros E) 225 euros

Appelons n le nombre de disques achetés. n est un nombre entier.

D'après l'énoncé, n est aussi le prix en euros d'un DVD. Le coût total des DVD est donc $n \times n$.

Tex payant de manière exacte avec uniquement des chèques cadeaux de 3 euros, on en déduit que $n \times n$ est un multiple de 3.

On doit donc trouver parmi les nombres proposés les multiples de 3 qui sont le produit d'un nombre entier par lui-même.

Les multiples de 3 sont : 9, 36, 66, 225 (la somme de leurs chiffres est un multiple de 3).

$9 = 3 \times 3$ est le produit de 3 par lui-même.

$36 = 6 \times 6$ est le produit de 6 par lui-même.

$225 = 15 \times 15$ est le produit de 15 par lui-même.

En revanche, 66 n'est pas le produit d'un nombre entier par lui-même.

Tous ces DVD ont pu lui coûter 9, 36 ou 225 euros.

Les réponses correctes sont les réponses A, B et E.

20

Mini et Méga, son double, s'écrivent tous les deux avec 2 chiffres. Ils sont dans le business. Les affaires marchent bien et rapidement, un 0 vient se placer à l'extrémité droite de chacun d'entre eux. La somme des deux nombres augmente alors de 297.

Que peut-on dire de Mini ?

- A) son chiffre des dizaines n'est pas 8 B) il n'est pas pair C) il ne vaut pas 8
D) il vaut entre 9 et 13 E) il vaut entre 14 et 19

Le chiffre des dizaines de Mini ne peut pas valoir 8, car sinon, cela signifierait que Mini vaut au moins 80. Méga, son double, vaudrait alors au moins 160 et ne s'écrirait donc pas avec 2 chiffres.

Mini ne peut pas être pair car s'il l'était, Méga, son double, serait pair, et la somme de Mini et Méga le serait également. En plaçant à l'extrémité droite de ces deux nombres le chiffre 0, on obtiendrait de nouveau des nombres pairs dont la somme est paire, et la différence des deux sommes serait alors paire. Par conséquent, elle ne pourrait pas valoir 297, un nombre impair.

Par suite, Mini n'est pas pair et ne peut pas valoir 8.

Méthode 1

On essaie les valeurs proposées.

Avec 11, les nombres évoqués dans l'énoncé sont : 11, 22, 110, 220.

$$\text{Et on a : } (110 + 220) - (11 + 22) = 330 - 33 = 297$$

Donc le nombre 11 convient.

Avec 21, les nombres évoqués dans l'énoncé sont : 21, 42, 210, 420.

$$\text{Et on a : } (210 + 420) - (21 + 42) = 630 - 63 = 567 \neq 297$$

Donc le nombre 21 ne convient pas.

Méthode 2

Appelons x la valeur de Mini. Méga, son double, vaut alors $2x$. La somme des deux vaut :

$$\underline{x} + 2\underline{x} = (1+2)\underline{x} = 3x.$$

L'adjonction d'un zéro à droite des deux nombres revient à les multiplier par 10. Ils deviennent $10x$ et $20x$, et leur somme : $10\underline{x} + 20\underline{x} = (10+20)\underline{x} = 30x$.

En passant de $3x$ à $30x$, la somme a donc augmenté de $30\underline{x} - 3\underline{x} = (30-3)\underline{x} = 27x$.

D'où :

$$27x = 297$$

$$27x = 270 + 27 = \underline{27} \times 10 + \underline{27} \times 1$$

$$27x = \underline{27} \times (10+1) = 27 \times 11$$

$$x = 11$$

On peut dire de Mini que son chiffre des dizaines n'est pas 8, qu'il n'est pas pair, qu'il ne vaut pas 8 et qu'il est vaut entre 9 et 13.

Les réponses correctes sont les réponses A, B C et D.