S1

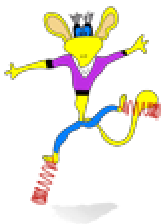
2013

DRÔLES DE MATHS

le concours mathématique des collégiens

Lundi 28 janvier 2013 – Durée : 45 min

CORRIGE 6ème – 5ème



un concours Scoli'daire

TOUS AVEC
LES ENFANTS DE BHOPAL !

The Bhopal Medical Appeal

1 à 5 réponses correctes par question

BAREME

Crédit :	120 pts
Proposition correcte cochée :	+ 3 pts
Proposition mauvaise cochée :	-2 pts

EPREUVE SANS CALCULATRICE : avec un peu d'astuce, les calculs s'effectuent toujours simplement.

CHAQUE PARTICIPANT recevra le Livret scientifique Integral, le diplôme Drôles de Maths, ainsi qu'un abonnement découverte de 6 numéros à Mon Quotidien ou l'Actu.

ACTION SCOLI'DAIRE – Association Loi de 1901 – Préfecture du Rhône n° 0691049381 – SIRET n°450 069 141 000 23
19 rue de la Villette – 69425 LYON CEDEX 03 – France
Tél. : 00.33 (0) 4.72.34.17.25 – Email : contact@concours-integral.org – Internet : www.concours-integral.org

λ1 Aïe, aïe, aïe ! Le professeur de maths s'est endormi, « ZZZZzzzzzZZzzz », sur la touche 3 de son clavier : 333 333 333.
Par quoi ce nombre est-il divisible ?
A) 1 B) 2 C) 3 D) 9 E) 10

Comme tout nombre, 333 333 333 est divisible par 1.
333 333 333 n'est pas divisible par 2 car son dernier chiffre, 3, n'est pas divisible par 2.
333 333 333 est divisible par 3 car la somme de ses chiffres, 3+3+3+3+3+3+3+3+3 = 27, est un nombre divisible par 3.
333 333 333 est divisible par 9 car la somme de ses chiffres, 27, est un nombre divisible par 9.
333 333 333 n'est pas divisible par 10 car il ne se termine pas par 0.

Ce nombre est divisible par 1, 3 et 9.

Les réponses correctes sont les réponses A, C et D.

λ2 Oui-Oui s'adressant à son demi-frère Oui-Non : « Alors, tu es un nombre entier ? » « Oui ! » « Inférieur à 8 ? » « Non ! » « Pair ? » « Peut-être, mais tu me fatigues à la fin ! ».
Qui peut être Oui-Non ?
A) 6 B) 16 C) 24,2 D) 36 E) 100

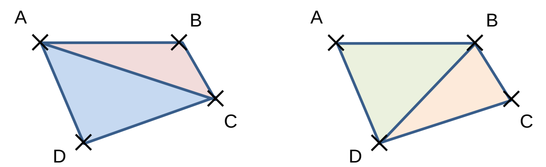
Oui-Non est un nombre entier ce qui élimine 24,2.
Il n'est pas inférieur à 8, ce qui élimine 6.
Il reste : 16, 36 et 100.

Oui-Non peut être le nombre 16, 36 ou 100.

Les réponses correctes sont les réponses B, D et E.

λ3 Hey Tonton ! Toi qui es si malin ! **Combien de triangles différents peut-on former ayant pour sommets 3 des 4 points ci-contre ?**
A) 2 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8

Méthode 1
On trace tous les triangles ayant pour sommet A, B, C ou D.



On constate qu'il y en a 4 : ABC, ACD, ABD, BCD

Méthode 2
Tracer un triangle, c'est choisir 3 des 4 points, ce qui revient éliminer 1 des 4 points. Il y a 4 façons de le faire.

Méthode 3
Un triangle ayant 3 sommets, on compte tous les triplets que l'on peut former avec les 4 lettres A, B, C et D.
On obtient : ABC, ABD, ACD, BCD.

On peut former 4 triangles ayant pour sommets 3 des 4 points A, B, C ou D.

La réponse correcte est la réponse B.

λ^4 La machine à déterminer les nombres pépairs fonctionne. On entre un nombre, la machine lui ajoute 1, puis multiplie le tout par 3, et enfin soustrait 2 au résultat. Si le résultat final est pair, le nombre entré dans la machine est pépair.

Quels sont les nombres pépairs ?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 4 E) 9

Méthode 1

On effectue les opérations, en respectant les priorités.
Avec 0 : (0+1)x3-2 = 1x3-2 = 3-2 = 1
Avec 1 : (1+1)x3-2 = 2x3-2 = 6-2 = 4
Avec 2 : (2+1)x3-2 = 3x3-2 = 9-2 = 7
Avec 4 : (4+1)x3-2 = 5x3-2 = 15-2 = 13
Avec 9 : (9+1)x3-2 = 10x3-2 = 30-2 = 28

Les résultats pairs sont 4 et 28. Il sont obtenus pour les nombres 1 et 9.

Méthode 2

Si n est le nombre entré dans la machine, cette dernière fabrique le nombre :

$$3(n+1)-2 = 3n+3-2 = 3n+1$$

Avec n=0, on obtient : $\underline{3\text{x}0}+1 = 1$
Avec n=1, on obtient : $\underline{3\text{x}1}+1 = 4$
Avec n=2, on obtient : $\underline{3\text{x}2}+1 = 7$
Avec n=4, on obtient : $\underline{3\text{x}4}+1 = 13$
Avec n=9, on obtient : $\underline{3\text{x}9}+1 = 28$

Les résultats sont les mêmes qu'avec la méthode 1.

Les nombres pépairs sont donc 1 et 9.

Les réponses correctes sont les réponses B et E.

λ^5 Fractionnus est videur dans la célèbre boîte de nuit « Proportionnel Boum Boum ». Ce soir, il a reçu l'ordre de laisser entrer tout couple proportionnel au premier couple arrivé, Mademoiselle 2 et Monsieur 4.

Quels couples seront acceptés ?

A) 3 et 5 B) 4 et 8 C) 20 et 40 D) 1 et 2 E) 0 et 2

En multipliant 2 et 4 par 2, on obtient 4 et 8.
En multipliant 2 et 4 par 10, on obtient 20 et 40.
En multipliant 2 et 4 par 0,5 (ou $\frac{1}{2}$), on obtient 1 et 2.

Donc, les couples 4 et 8, 10 et 40 et 1 et 2 sont proportionnels au couple 2 et 4.

En revanche, on a $\frac{2}{3} \neq \frac{4}{5}$ et (également $\frac{2}{5} \neq \frac{4}{3}$) donc le couple 3 et 5 n'est pas proportionnel au couple 2 et 4.
Enfin, le couple 0 et 2 ne peut être proportionnel au couple 2 et 4 car deux séries de nombres proportionnelles ne peuvent pas contenir le nombre 0. En effet, quel que soit le nombre par lequel on pourrait multiplier 0, on obtiendra jamais 2 ou 4, le résultat étant toujours 0.

Les couples acceptés dans la boîte de nuit sont : 4 et 8, 20 et 40, 1 et 2.

Les réponses correctes sont les réponses B, C et D.

λ 6

Un nombre espion s'est infiltré dans un conseil secret de 10. Il trébuche sur une virgule. Bim, il tombe par terre et perd son masque. Les 10 le ligotent. Pour trouver son identité, les 10 doivent résoudre une énigme : lorsque l'on divise le double de 20 par le nombre espion, on obtient 5. **Le nombre espion vaut :**

A) 4 B) 5 C) 8 D) 10 E) 20

Méthode 1
Le double de 20 vaut 40.
Or : $40 = 8 \times 5$.
Donc le nombre espion vaut 8.

Méthode 2
Appelons *e* le nombre espion.
On a : $\frac{2 \times 20}{e} = 5$ d'où $40 = 5 \times e$ d'où $e = \frac{40}{5} = 8$

Le nombre espion est 8.

La réponse correcte est la réponse C.

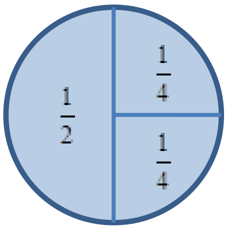
λ 7

« Arrête Buzz, tu vas ruiner la galette ! Maman va bien voir que tu en as mangé un quart, puis la moitié. » « T'inquiète, regarde, j'en mange encore un quart. Aïe, ma dent, j'ai croqué un caillou ! » « Mais non, c'est la fève, andouille ! »
Quelle fraction de la galette Buzz a-t-il mangée ?

A) Plus de la moitié B) $\frac{2}{4}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{3}{10}$ E) Toute la galette

Méthode 1
Dans un premier temps, Buzz mange la moitié de la galette, puis encore un quart. C'est donc qu'il en a mangé plus de la moitié.
En tout, il en a mangé une moitié plus deux quarts. Or, les deux quarts constituent la moitié de la galette, donc finalement, il a mangé les deux moitiés de la galette, soit la totalité de la galette.

Méthode 2



On constate que Buzz a mangé toute la galette.

Méthode 3
On a :

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{2}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{2+1+1}{4}=\frac{4}{4}=1$$

Donc, Buzz a mangé 1 galette.

Buzz a mangé la galette entière, donc plus de la moitié.

Les réponses correctes sont les réponses A et E.

λ 8

À l'aide, aux voleurs ! Des zéros ont disparu. Les chiffres 1, 2, 4 et 9 sont désespérés. Avec leurs zéros disparus, ils formaient des nombres bien organisés, dont le chiffre des unités valait le double de celui des centaines et le chiffre des millièmes la moitié de celui des centaines.

Quels pouvaient être ces nombres ?

A) 408,002 B) 204,001 C) 402,001 D) 204,008 E) 102,04

402,001 ne convient pas car son chiffre des unités, 2, n'est pas le double de celui des centaines, 4.
204,008 ne convient pas, car son chiffre des millièmes, 8, n'est pas la moitié de celui des centaines, 2.
102,040 ne convient pas, car son chiffre des millièmes, 0, n'est pas la moitié de celui des centaines, 1.
408,002 et 204,001 conviennent car leur chiffre des unités est bien le double de celui des centaines, et celui des millièmes la moitié de celui des centaines.

Ces nombres pouvaient être 408,002 et 204,001.

Les réponses correctes sont les réponses A et B.

λ 9

Même pour les « people », les temps sont durs, dans le garde-manger, il ne reste plus que 36 grains de riz, 24 pois chiches et 12 asticots. Chacun doit recevoir les mêmes portions et il ne doit rien rester**. De qui peut-il s'agir ?**

A) Les 3 petits cochons B) Les 4 frères Dalton C) Les 7 nains
D) Les 40 voleurs E) Le Bon, la Brute et le Truand

Méthode 1

Il ne s'agit pas des 7 nains car si on essaie de répartir équitablement les 12 asticots, chaque nain en recevra 1 et il en restera 5.
Il ne s'agit pas des 40 voleurs car on ne pourrait même pas donner un asticot à chacun.
Pour les 3 petits cochons ou le bon, la brute et le truand, on peut leur fournir chacun 4 asticots (car 12 = 3x4), 8 pois chiches (car 24 = 3x8) et 12 grains de riz (car 36 = 3x12), et il ne restera plus rien.
Pour les 4 frères Dalton, on peut leur fournir chacun 3 asticots (car 12 = 4x3), 6 pois chiches (car 24 = 4x6) et 9 grains de riz (car 36 = 4x9), et il ne restera plus rien.

Méthode 2

Comme il ne doit rien rester, il faut que le nombre de people soit un diviseur de 36, 24 et 12.
Les diviseurs de 12 sont : 1, 2, 3, 4 et 6.
On constate que ces diviseurs sont également des diviseurs de 24 et 36.

Par conséquent, les people peuvent être : les 3 petits cochons, les 4 frères Dalton, ou le Bon, la Brute et le Truand.

Les réponses correctes sont les réponses A, B et E.

λ10

En décembre 1984 à Bhopal, en Inde, 210 000 jeunes sur 700 000 victimes sont atteints par une terrible explosion de gaz dans une usine d'engrais.
Quelle proportion les jeunes représentent-ils parmi l'ensemble des victimes ?

A) moins de la moitié B) $\frac{210\,000}{700\,000}$ C) $\frac{21}{7}$ D) 30% E) $\frac{10}{3}$

210 000 étant inférieur à la moitié de 700 000, il est clair que moins de la moitié des victimes de la terrible catastrophe sont des jeunes.

La réponse est dans l'énoncé, la proportion exacte est : $\frac{210\,000}{700\,000}$.

Cette fraction peut aussi s'écrire : $\frac{21\cancel{0}\ \cancel{000}}{70\cancel{0}\ \cancel{000}} = \frac{21}{70} = \frac{\cancel{7}\times 3}{\cancel{7}\times 10} = \frac{3}{10} = \frac{30}{100}$

Ce qui signifie que les jeunes représentent 30% des victimes.

Parmi les victimes, les jeunes représentent la proportion $\frac{210\,000}{700\,000}$, ou encore 30%, soit moins de la moitié.

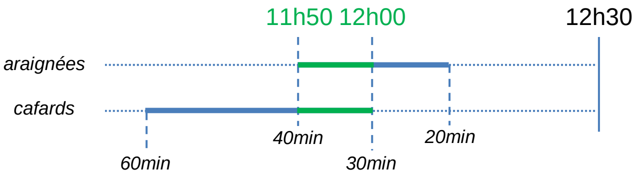
Les réponses correctes sont les réponses A, B et D.

λ11

A la cantine, on prépare un plat à base d'insectes ! Une omelette aux araignées est à point si elle a cuit entre 20 et 40min, un gratin de cafards entre 30min et 60min.
A quelle heure peut commencer la cuisson pour que le plat soit à point à 12h30, quel que soit le plat choisi ?

A) à 11h30 B) à 11h40 C) entre 11h50 et 12h00 D) à 11h55 E) à 12h05

La durée qui permet de cuire à point une omelette aux araignées ou un gratin de cafards est la durée commune, soit 30min à 40min.
La cuisson doit donc commencer 30 à 40min avant 12h30, soit entre 11h50 et 12h00.
La situation peut être illustrée par le graphique suivant :



Pour que le plat soit à point à 12h30, quel que soit le plat choisi, la cuisson peut commencer entre 11h50 et 12h00, par exemple à 11h55.

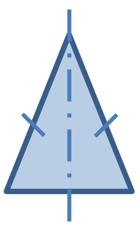
Les réponses correctes sont les réponses C et D.

λ12

Au $31^{ème}$ siècle, les humains naissent tous dans des éprouvettes. Comme ils sont liquides, on utilise un entonnoir, si bien qu'ils ont la tête en forme de triangle isocèle.
Leur tête a donc :

A) 1 axe de symétrie B) 1 centre de symétrie C) 2 côtés égaux
D) 3 côtés égaux E) 3 angles égaux

Un triangle isocèle possède 1 axe de symétrie et 2 côtés égaux (de même longueur).
Il possède 2 angles égaux mais pas 3.



Leur tête a 1 axe de symétrie et 2 côtés égaux.

Les réponses correctes sont les réponses A et C.

13

Eh Néo ! C'est toi l'élu ? Bwahahaha ! Ici c'est Drôles de Maths, on n'a pas le temps de plaisanter, alors si tu veux retourner faire le zozo dans la matrice avec tes petits copains, soit gentil et **indique-nous, parmi les expressions suivantes, celles qui valent 0.**

A) 0+(1-1) B) 3+3-(3-3) C) 10-(5-2)-3 D) 10-5-2-3 E) $\frac{6}{2}-2$

En respectant les ordres de priorité, on a :

$0+(\underline{1-1}) = 0+0 = 0$
$3+3-(\underline{3-3}) = \underline{3+3}-0 = 6-0 = 6$
$10-(\underline{5-2})-3 = \underline{10-3}-3 = 7-3 = 4$
$\underline{10-5}-2-3 = \underline{5-2}-3 = 3-3 = 0$
$\frac{6}{2}-2 = 3-2 = 1$

Les expressions qui valent 0 sont donc : 0+(1-1) et 10-(5-2)-3.

Les réponses correctes sont les réponses A et D.

14

Idéfix chasse le sanglier avec son maître Obélix. Il se gratte l'oreille. Horreur ! Une tique romaine l'a piqué et lui suce le sang. Il se précipite chez Exterminatix, l'arracheur de tiques. Mais sur le chemin, le volume de la tique double toutes les 15 secondes.
Par combien a été multiplié le volume de la tique au bout de 60s, au moment où elle explose ?

A) 2 B) 2x2x2 C) 2+2+2+2 D) 2x2x2x2 E) 16

Le volume de la tique est multiplié par 2 au bout de 15s, puis encore par 2 au bout de 30s, puis encore par 2 au bout de 45s, puis encore par 2 au bout de 60s.

Finalement, le volume de la tique est multiplié en 60s par :
2x2x2x2 = 16

Au moment où elle explose, le volume de la tique a été multiplié par 2x2x2x2, ou encore 16.

Les réponses correctes sont les réponses D et E.

15

Pour réussir le concours Drôles de Maths, un lutin prépare une drôle de potion. Il mélange 2 décilitres d'arc en ciel, 120 millilitres d'eau de pluie et une certaine quantité de poussière de nuage. **Quelle doit être cette quantité pour obtenir 1 litre de potion ?**
A) Plus d'un demi litre B) 3,2 décilitres C) 0,68 litre
D) 680 centilitres E)122 millilitres

Choisissons une unité de travail, par exemple le litre, et exprimons toutes les quantités dans cette même unité.

pour l'arc en ciel :	2dl = 0,2l
pour l'eau de pluie :	120ml = 0,12l
au total :	0,2+0,12 = 0,32l

Ceci représente moins d'un demi-litre de liquide (0,5l), donc la quantité de poussière de nuage qu'il faut rajouter pour obtenir un litre de potion est supérieure à un demi-litre.
Cette quantité est très exactement égale à : 1-0,32 = 0,68l
En centilitres, cela donne 68cl et pas 680cl comme proposé dans les réponses.

Pour obtenir 1 litre de potion, la quantité de poussière de nuage nécessaire est de 0,68 litre, soit plus d'un demi-litre.

Les réponses correctes sont les réponses A et C.

λ 16

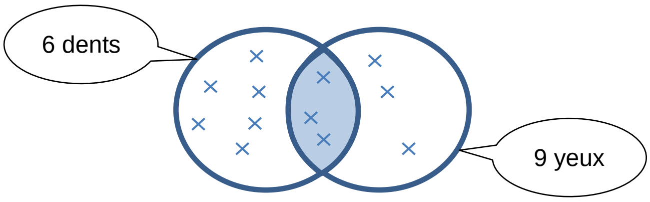
L'expérience du Pr. Lacrette a raté. Ses coqs ont tous subi des mutations inattendues : 9 ont 6 dents, 6 ont 9 yeux, 3 ont 6 dents et 9 yeux.

Combien de coqs ont subi l'expérience ?

A) 6 B) 9 C) 12 D) 15 E) 69

On a au maximum 9+6 = 15 coqs. Mais parmi ces 15 coqs, ceux qui ont 6 dents et 9 yeux ont été compté deux fois. Il faut donc les retrancher une fois. Finalement, le nombre de coqs ayant subi l'expérience est : 15-3 = 12

Cette situation peut être illustrée à l'aide du schéma ci-dessous :



Les 3 coqs ayant à la fois 6 dents et 9 yeux apparaissent dans la partie centrale de la figure. On a bien 12 coqs au total.

12 coqs ont subi l'expérience.

La réponse correcte est la réponse C.

λ 17

Pour impressionner les filles avec leurs biscottos, deux nombres entiers ont décidé de se multiplier chacun par lui-même. Après quelques séances intenses de musculation, ils atteindront leur but et leur somme vaudra 145.

Un de ces entiers peut être :

A) égal à 6 B) égal à 7 C) égal à 8 D) égal à 9 E) entre 10 et 13

Lorsque l'on multiplie chacun des nombres de 1 à 13 par lui-même, on obtient :

0x0 = 0	1x1 = 1	2x2 = 4	3x3 = 9	4x4 = 16
5x5 = 25	6x6 = 36	7x7 = 49	8x8 = 64	9x9 = 81
10x10 = 100	11x11 = 121	12x12 = 144	13x13 = 169	

On remarque que
1x1+12x12 = 1+144 = 145
et que
8x8+9x9 = 64+81 = 145
Un des entiers recherchés peut donc être 1, 8, 9 ou 12.

Un de ces entiers peut être 8, 9 ou entre 10 et 13.

Les réponses correctes sont les réponses C, D et E.

λ 18

Devant l'entrée de la caverne, les 40 voleurs s'exclament : « Sésame ouvre-toi ! ». Rien ne se passe. Ali Baba s'esclaffe : « Hihi, vous ne rentrerez pas, j'ai reprogrammé la porte ! ». « Ouvre, sinon on te ratatine ! » « D'accord, d'accord, voici l'énigme : si on me divise par 3 il reste 2, si on me divise par 4 il reste 3, si on me divise par 5 il reste 4. »

Le nombre recherché peut être :

A) pair B) 25 C) 41 D) 59 E) 119

Lorsqu'on divise le nombre recherché par 4, on obtient comme reste 3.
Ce nombre est donc la somme d'un multiple de 4 (pair) et de 3 (impair). Par conséquent, il est forcément impair.
25 ne convient pas car son reste dans la division par 5 est 0. En effet : 25 = 5x5+0
41 ne convient pas car son reste dans la division par 4 n'est pas 3 mais 1. En effet : 41 = 4x10+1
59 convient car :

. son reste dans la division par 3 est 2 : 59 = 3x19+2
. son reste dans la division par 4 est 3 : 59 = 4x14+3
. son reste dans la division par 5 est 4 : 59 = 5x11+4

119 convient aussi car :

. son reste dans la division par 3 est 2 : 119 = 3x39+2
. son reste dans la division par 4 est 3 : 119 = 4x29+3
. son reste dans la division par 5 est 4 : 119 = 5x23+4

Le nombre recherché peut être 59 ou 119.

Les réponses correctes sont les réponses D et E.

λ 19

Un cube demande à une sphère : « Tu pèses combien toi ? » « Je t'en pose des questions moi ? » « Ça va, ça va, tu peux me le dire, entre cousins… » « Tu es pénible hein ! Tiens, voilà, ma masse est 12kg, plus la moitié de ma masse. Tu es content ? »

La masse de la sphère est :

A) de 11kg à 17kg B) de 18kg à 22kg C) de 23kg à 27kg
D) de 28kg à 30kg E) de 31kg à 33kg

Méthode 1
Si on soustrait 12kg à la masse de la sphère, on obtient la moitié de sa masse. C'est donc que 12kg est la masse de la moitié de la sphère, la masse totale de la sphère étant alors 2x12 = 24kg.

Méthode 2
Si une sphère a pour masse 12kg plus la moitié de sa masse, deux sphères ont pour masse 24kg plus la masse d'une sphère, donc une sphère a pour masse 24kg.

Méthode 3
Appelons *m* la masse en kilogrammes de la sphère.
On a :

$$m = 12 + \frac{m}{2}$$

d'où $\frac{2m}{2} - \frac{m}{2} = 12$

d'où $\frac{2m - m}{2} = 12$

d'où $m = 2 \times 12 = 24$

La masse de la sphère est donc 24kg, entre 23kg et 27kg.

La réponse correcte est la réponse C.

λ **20**

Un groupe de saucisses s'amuse à plonger dans une marmite d'eau bouillante. La première plonge d'une hauteur égale en mètres au nombre de ses camarades. La deuxième plonge de 1m plus haut, la troisième d'encore 1m plus haut, et ainsi de suite jusqu'à la dernière qui plonge d'une hauteur de 16m.

La somme des hauteurs de tous ces plongeons est comprise entre :

A) 85m et 89m B) 90m et 94m C) 95m et 99m D) 100m et 104m E) 105m et 109m

Numérotons les saucisses en commençant par la dernière qui a plongé :

N° saucisse	Hauteur du saut
1	16m
2	15 m
3	14 m
4	13 m
5	12 m
6	11 m
7	10 m
8	9 m
9	8 m

A ce stade, on s'aperçoit que si on considère les 9 premières saucisses, la 9ème a plongé d'une hauteur de 8m, 8 étant exactement le nombre de ses camarades.
Par conséquent, le groupe est constitué de 9 saucisses, et la somme des hauteurs vaut :

$$
\begin{aligned}
& 16+15+14+13+12+11+10+9+8 \\
&= \underline{16+14}+\underline{12+8}+\underline{11+9}+10+15+13 \\
&= \underline{30+20+20+10}+\underline{15+13} \\
&= 80+28 \\
&= 108
\end{aligned}
$$

La somme des hauteurs de tous les plongeons vaut 108m, soit entre 105m et 109m.

La réponse correcte est la réponse E.