Exercice 1 : (Brevet National 2010)

On considère le programme de calcul ci-dessous :

- choisir un nombre de départ
- multiplier ce nombre par (-2)
- ajouter 5 au produit
- multiplier le résultat par 5
- écrire le résultat obtenu.

1) a) Vérifier que, lorsque le nombre de départ est 2, on obtient 5.
b) Lorsque le nombre de départ est 3, quel résultat obtient-on ?

2) Quel nombre faut-il choisir au départ pour que le résultat obtenu soit 0 ?

3) Arthur prétend que, pour n'importe quel nombre de départ, l'expression $(x-5)^2 - x^2$ permet d'obtenir le résultat du programme de calcul. A-t-il raison ?

Exercice 2 : (Brevet Nationale 2008)

- choisir un nombre de départ
- multiplier ce nombre par 3
- ajouter le carré du nombre choisi
- multiplier par 2
- écrire le résultat obtenu

1) Montrer que si on choisit le nombre 10, le résultat obtenu est 260.

2) Calculer la valeur exacte du résultat obtenu lorsque :
- le nombre choisi est -5
- le nombre choisi est $\frac{2}{3}$
- le nombre choisi est $\sqrt{5}$

3) Quels nombres peut-on choisir pour que le résultat obtenu soit 0 ?

Exercice 3 : (Brevet National 2007)

On considère le programme de calcul ci-dessous :

- choisir un nombre de départ
- lui ajouter 4
- multiplier la somme par le nombre de départ
- ajouter 4 à ce produit
- écrire le résultat obtenu.

1) Vérifier que, lorsque le nombre de départ est -2, on obtient 0.

2) Donner le résultat fourni par le programme lorsque le nombre choisi au départ est 5.

3) a) Faire deux autres essais en choisissant à chaque fois un nombre entier et écrire le résultat obtenu sous la forme du carré d'un autre nombre.
b) En est-il toujours ainsi lorsque l'on choisit un nombre entier au départ de ce programme ? Justifier.

4) On souhaite obtenir 1 comme résultat. Quel(s) nombre(s) peut-on choisir au départ ?

www.flouretmaths.jimdo.com

Problème :

Programme calcul n°1 :

- choisir un nombre de départ
- prendre son double
- ajouter 4
- calculer le carré du résultat.
- écrire le résultat obtenu.

Programme calcul n°2 :

- choisir un nombre de départ
- prendre son double
- ajouter 4
- multiplier le résultat par le triple du nombre de départ
- prendre l'opposé du résultat.
- écrire le résultat obtenu.

1ère partie : Etude des programmes de calcul.

1) Effectuer chaque programme de calcul en prenant 5 comme nombre de départ.

2) Soit x le nombre de départ.

a) Exprimer le résultat final en fonction de x pour le programme de calcul n°1. On notera ce résultat $f(x)$.

b) Exprimer le résultat final en fonction de x pour le programme de calcul n°2. On notera ce résultat $g(x)$.

2ième partie : Cas d'égalité des deux programmes.

1) Factoriser $E = (2x+4)^2 + 3x(2x+4)$.

2) Montrer que déterminer les nombres pour lesquels les deux programmes de calcul donnent le même résultat

revient à résoudre l'équation $(2x+4)^2 + 3x(2x+4) = 0$.

3) Résoudre cette équation.

4) Pour quels nombres les deux programmes de calcul donnent-ils le même résultat ?

http://lflouretmaths.jimdo.c

Corrigé 1 :

1) a) Il suffit de suivre le programme de calcul :

$2\times(-2)=-4$

$-4+5=1$

$1\times 5=5$

Si le nombre de départ est 2, on obtient 5.

b) $3\times(-2)=-6$

$-6+5=-1$

$(-1)\times 5=-5$

Si le nombre de départ est 3, on obtient -5.

2) Soit x le nombre choisi au départ.
On a $(-2x+5)\times 5=-10x+25$.

Si le nombre de départ est x, on obtient $-10x+25$.

Résolvons $-10x+25=0$

$-10x+25=0$

$10x=25$

$x=\frac{25}{10}$

$x=\frac{5}{2}$

Pour que le résultat obtenu soit 0, il faut donc choisir $\frac{5}{2}$.

3) On a $(x-5)^2-x^2=x^2-2\times x\times 5+5^2-x^2=-10x+25$. Arthur a donc raison.

Corrigé 2 :

1) Il suffit de suivre le programme de calcul :

$10\times 3=30$

$30+10^2=30+100=130$

$130\times 2=260$

Si le nombre de départ est 10, on obtient 260.

http://flouretmaths.jimdo.com

2) $(-5)\times 3=-15$

$-15+(-5)^2=-15+25=10$

$10\times 2=20$

Si le nombre de départ est -5, on obtient 20.

$\frac{2}{3}\times 3=2$

$2+\left(\frac{2}{3}\right)^2=2+\frac{2^2}{3^2}=2+\frac{4}{9}=\frac{18}{9}+\frac{4}{9}=\frac{22}{9}$

$\frac{22}{9}\times 2=\frac{44}{9}$

Si le nombre de départ est $\frac{2}{3}$, on obtient $\frac{44}{9}$.

$\sqrt{5}\times 3=3\sqrt{5}$

$3\sqrt{5}+\left(\sqrt{5}\right)^2=3\sqrt{5}+5$

$\left(3\sqrt{5}+5\right)\times 2=6\sqrt{5}+10$

Si le nombre de départ est $\sqrt{5}$, on obtient $6\sqrt{5}+10$.

3) Soit x le nombre de départ.

On a $(x\times 3+x^2)\times 2=(3x+x^2)\times 2=2x^2+6x$.

Résolvons $2x^2+6x=0$

$2x^2+6x=0$

$x(2x+6)=0$

Or si $A\times B=0$ alors $A=0$ ou $B=0$.

Donc soit $x=0$ soit $2x+6=0$

$2x=-6$

$x=\frac{-6}{2}$

$x=-3$

Pour que le résultat obtenu soit 0, on peut choisir 0 ou -3.

http://lflouretmaths.jimdo.com

R.Flouret

Corrigé 3 :

1) Il suffit de suivre le programme de calcul :

$-2+4=2$

$2\times(-2)=-4$

$-4+4=0$

Si le nombre de départ est -2, on obtient 0.

2) $5+4=9$

$9\times 5=45$

$45+4=49$

Si le nombre de départ est 5, on obtient 49.

3) a) Essayons avec 2. On obtient 16 c’est-à-dire 4^2.

Essayons avec 3. On obtient 25, c’est-à-dire 5^2.

b) Soit x le nombre de départ.

Le programme nous donne : $(x+4)\times x+4$.

On a $(x+4)\times x+4=x^2+4x+4=x^2+2\times x\times 2+2^2=(x+2)^2$

Ainsi, on obtient toujours un résultat qui peut s’écrire sous la forme d’un carré.

4) Il faut résoudre $(x+2)^2=1$

$(x+2)^2=1$

$(x+2)^2-1=0$

$(x+2)^2-1^2=0$

$(x+2-1)(x+2+1)=0$

$(x+1)(x+3)=0$

Or si $A\times B=0$ alors $A=0$ ou $B=0$.

On a donc soit $x+1=0$ soit $x+3=0$

$x=-1$ $x=-3$

Ainsi, pour obtenir 1 comme résultat, on peut choisir les nombres -1 et -3.

http://flouretmaths.jimdo.com

Remarque : Dans la question, on remarquera qu'il est écrit : « Quel**s** nombre**s** …». Si vous n'en trouvez qu'un, c'est qu'il y a un problème quelque part !

Corrigé Problème :

1^ère^ partie :

1) Programme n°1 :

$5 \times 2 = 10$

$10 + 4 = 14$

$14^2 = 196$

Si le nombre de départ est 5, on obtient 196.

Programme n°2 :

$5 \times 2 = 10$

$10 + 4 = 14$

$14 \times 3 \times 5 = 210$

Si le nombre de départ est 5, on obtient -210.

2) a) On a $(x \times 2 + 4)^2 = (2x+4)^2 = (2x)^2 + 2 \times 2x \times 4 + 4^2 = 4x^2 + 16x + 16$

On a donc $f(x) = (x+4)^2 = 4x^2 + 16x + 16$

b) On a $-[(x \times 2 + 4) \times 3 \times x] = -(2x+4) \times 3x = -6x^2 - 12x$

On a donc $g(x) = -3x(2x+4) = -6x^2 - 12x$.

2^ième^ partie :

1) $E = (2x+4)^2 + 3x(2x+4)$

$E = (2x+4)(2x+4+3x)$

$E = (2x+4)(5x+4)$

2) Les deux programmes de calcul donnent le même nombre lorsque $f(x) = g(x)$.

$f(x) = g(x)$

$(x+4)^2 = -3x(2x+4)$

$(x+4)^2 + 3x(2x+4) = 0$

On obtient bien le résultat voulu.

http://fflouretmaths.jimdo.com

3) $(2x+4)^2+3x(2x+4)=0$

$(2x+4)(5x+4)=0$ (d'après la question 1)

Or si $A\times B=0$ alors $A=0$ ou $B=0$.

On a donc soit $2x+4=0$ soit $5x+4=0$

$2x=-4$

$x=\frac{-4}{2}$

$x=-2$

$5x=-4$

$x=-\frac{4}{5}$

Les solutions de l'équation sont donc -2 et $-\frac{4}{5}$.

4) On en déduit que les deux programmes de calcul donnent le même résultat final lorsque l'on choisit au départ -2 ou $-\frac{4}{5}$.

http://lfflouretmaths.jimdo.com