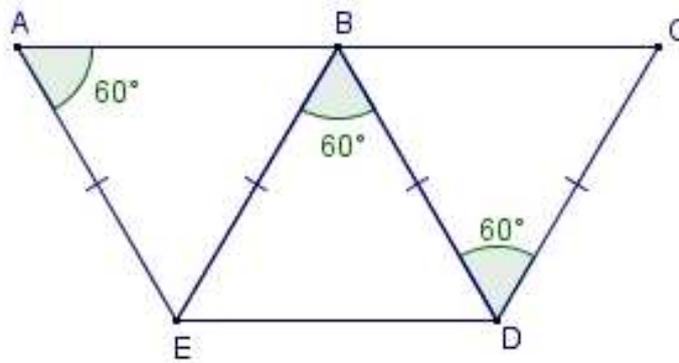


Exercice 1 :

- 1) ABC est un triangle tel que $\widehat{ABC} = 35^\circ$ et $\widehat{BAC} = 70^\circ$. Calculer la mesure de l'angle \widehat{BCA} .
- 2) ABC est un triangle isocèle en A tel que $\widehat{ABC} = 67^\circ$. Calculer la mesure de l'angle \widehat{BCA} puis la mesure de l'angle \widehat{BAC} .
- 3) ABC est un triangle rectangle en A tel que $\widehat{ABC} = 62^\circ$. Calculer la mesure de l'angle \widehat{BCA} .
- 4) AIE est un triangle tel que $\widehat{E} = 58^\circ$ et $\widehat{I} = 23^\circ$. Le triangle AIE est-il rectangle ?

Exercice 2 :

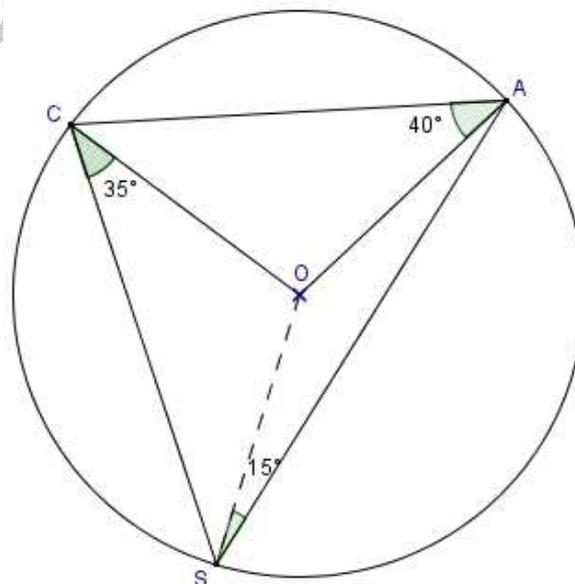
On considère la figure suivante :



- 1) Déterminer les mesures des angles \widehat{ABE} et \widehat{DBC} .
- 2) Les points A, B et C sont-ils alignés ?

Exercice 3 :

On considère la figure ci-dessous :



Calculer la mesure des angles du triangle CAS.

Exercice 4 :

La scène se passe dans une grande papeterie Bordelaise :

La cliente : « Je voudrais une équerre avec un angle de 58° et un angle de 32° ».

La vendeuse : « Désolé cela n'existe pas ».

Un professeur de mathématiques, témoin de la scène, intervient. Qu'a-t-il bien pu dire ?

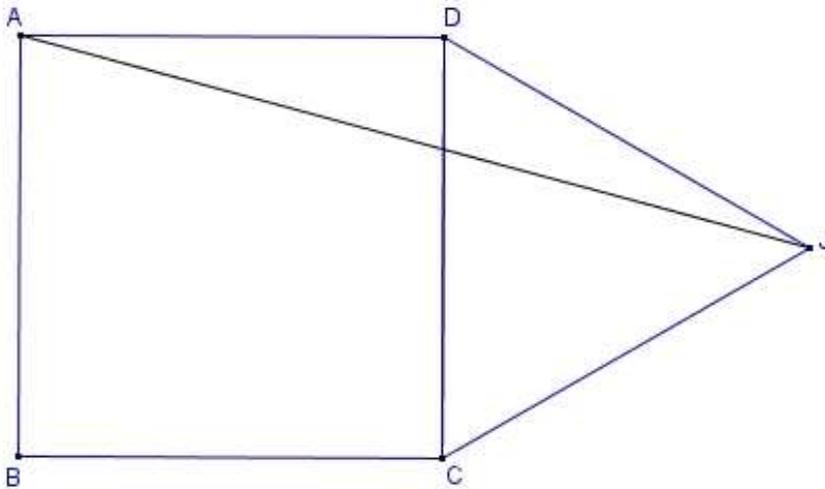
Exercice 5 : (Concours Kangourou 1991)

1) Un triangle isocèle ABC a un angle de 50° . Calculer les mesures des deux autres angles.

2) Un triangle isocèle ABC a un angle de 100° . Calculer les deux autres angles.

Problème 1 :

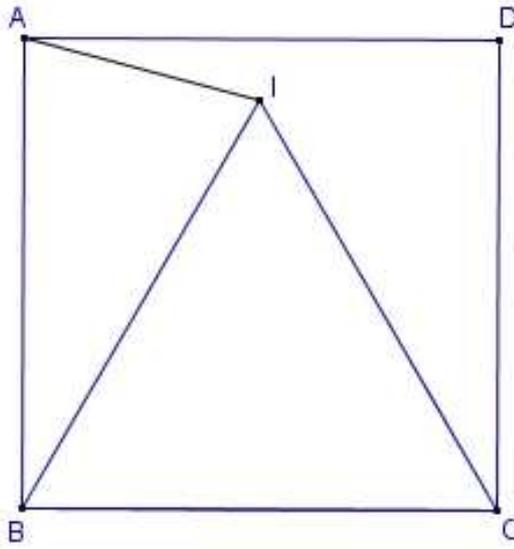
On construit à l'extérieur du carré un triangle équilatéral DCJ.



Calculer la mesure de l'angle \widehat{DAJ} .

Problème 2 :

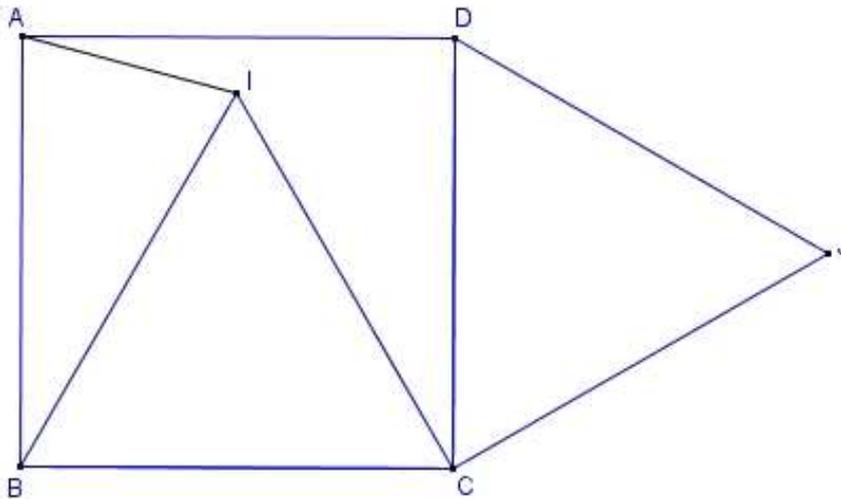
On construit à l'intérieur du carré un triangle équilatéral BCI.



Calculer la mesure de l'angle \widehat{DAI} .

Problème 3 :

La figure ci-contre est reprise à partir des deux précédentes.



Que peut-on dire des points A, I et J ?

Remarque 1 : A l'origine, il n'y a que la question du problème 3... les problèmes 1 et 2 sont donc là pour vous aider !

Remarque 2 : Cet exercice est un grand classique. Ici, nous utilisons les configurations du plan pour le résoudre mais on peut aussi le résoudre en introduisant un repère par exemple.

Corrigé 1 :

En géométrie, lorsque l'énoncé ne donne pas de dessin, je vous conseille vivement d'en faire un à main levée en codant les données que nous donne l'exercice.

1) ABC est un triangle tel que $\widehat{ABC} = 35^\circ$ et $\widehat{BAC} = 70^\circ$.

Or la somme des mesures des angles d'un triangle est égale à 180° .

$$\text{Donc } \widehat{BCA} = 180^\circ - (\widehat{ABC} + \widehat{BAC})$$

$$\widehat{BCA} = 180^\circ - (35^\circ + 70^\circ)$$

$$\widehat{BCA} = 180^\circ - 105^\circ$$

$$\widehat{BCA} = 75^\circ$$

2) ABC est un triangle isocèle en A tel que $\widehat{ABC} = 67^\circ$.

Or, si un triangle est isocèle, alors ses angles à la base ont la même mesure.

$$\text{Donc } \widehat{BCA} = 67^\circ.$$

ABC est un triangle isocèle en A tel que $\widehat{ABC} = \widehat{BCA} = 67^\circ$.

Or la somme des mesures des angles d'un triangle est égale à 180° .

$$\text{Donc } \widehat{BAC} = 180^\circ - (\widehat{ABC} + \widehat{BCA})$$

$$\widehat{BAC} = 180^\circ - (67^\circ + 67^\circ)$$

$$\widehat{BAC} = 180^\circ - 134^\circ$$

$$\widehat{BAC} = 46^\circ$$

Remarque : On aurait aussi pu rédiger la conclusion de cette façon :

$$\widehat{BAC} = 180^\circ - 2 \times \widehat{ABC}$$

$$\widehat{BAC} = 180^\circ - 2 \times 67^\circ$$

$$\widehat{BAC} = 180^\circ - 134^\circ$$

$$\widehat{BAC} = 46^\circ$$

3) ABC est un triangle rectangle en A tel que $\widehat{ABC} = 62^\circ$.

Or, si un triangle est rectangle, ses angles aigus sont complémentaires.

$$\text{Donc } \widehat{BCA} = 90^\circ - \widehat{ABC}$$

$$\widehat{BCA} = 90^\circ - 62^\circ$$

$$\widehat{BCA} = 28^\circ$$

4) Dans le triangle AIE, on a $\widehat{E} + \widehat{I} = 58^\circ + 23^\circ = 81^\circ$ donc le triangle AIE n'est pas rectangle.

Corrigé 2 :

1) ABE est un triangle isocèle en E tel que $\widehat{EAB} = 60^\circ$

Or, si un triangle est isocèle, alors ses angles à la base ont la même mesure.

Donc $\widehat{ABE} = 60^\circ$.

BCD est un triangle isocèle en D.

Or, si un triangle est isocèle, alors ses angles à la base ont la même mesure.

Donc $\widehat{DBC} = \widehat{DCB}$

BCD est un triangle isocèle en D tel que $\widehat{BDC} = 60^\circ$.

Or la somme des mesures des angles d'un triangle est égale à 180° .

Donc $\widehat{BDC} + 2 \times \widehat{DBC} = 180^\circ$

$$2 \times \widehat{DBC} = 180^\circ - \widehat{BDC}$$

$$2 \times \widehat{DBC} = 180^\circ - 60^\circ$$

$$2 \times \widehat{DBC} = 120^\circ$$

$$\widehat{DBC} = 60^\circ.$$

Remarque : On vient donc de voir qu'un triangle isocèle qui possède un angle de 60° est un triangle équilatéral.

2) On a $\widehat{ABE} + \widehat{EBD} + \widehat{DBC} = 60^\circ + 60^\circ + 60^\circ = 180^\circ$.

Les points A, B et C sont donc alignés.

Corrigé 3 :

A et C sont situés sur le cercle de centre O donc $OC = OA$.

Le triangle OAC est donc un triangle isocèle en O.

OAC est un triangle isocèle en O tel que $\widehat{OAC} = 40^\circ$

Or, si un triangle est isocèle, alors ses angles à la base ont la même mesure.

Donc $\widehat{OCA} = 40^\circ$.

On a $\widehat{SCA} = \widehat{SCO} + \widehat{OCA}$

$$\widehat{SCA} = 35^\circ + 40^\circ$$

$$\widehat{SCA} = 75^\circ.$$

S et C sont situés sur le cercle de centre O donc $OC = OS$.

Le triangle OSC est donc un triangle isocèle en O.

OSC est un triangle isocèle en O tel que $\widehat{OCS} = 35^\circ$

Or, si un triangle est isocèle, alors ses angles à la base ont la même mesure.

Donc $\widehat{OSC} = 35^\circ$.

On a : $\widehat{CSA} = \widehat{OSC} + \widehat{OSA}$

$$\widehat{CSA} = 35^\circ + 15^\circ$$

$$\widehat{CSA} = 50^\circ$$

S et A sont situés sur le cercle de centre O donc $OA = OS$.

Le triangle OSA est donc un triangle isocèle en O.

OSA est un triangle isocèle en O tel que $\widehat{OSA} = 15^\circ$

Or, si un triangle est isocèle, alors ses angles à la base ont la même mesure.

Donc $\widehat{OAS} = 15^\circ$

On a $\widehat{CAS} = \widehat{CAO} + \widehat{OAS}$

$$\widehat{CAS} = 40^\circ + 15^\circ$$

$$\widehat{CAS} = 55^\circ$$

Corrigé 4 :

La cliente veut une équerre avec un angle de 58° et un angle de 32° .

Nous savons que dans un triangle rectangle, les angles aigus sont complémentaires.

Comme $58+32 = 90$, on en déduit qu'une telle équerre existe bien !

La vendeuse n'est donc pas totalement au point...

Corrigé 5 :

1) 1^{er} cas :

Supposons que le triangle soit isocèle en A et que $\widehat{A} = 50^\circ$.

Or, si un triangle est isocèle, alors ses angles à la base ont la même mesure.

Donc $\widehat{B} = \widehat{C}$

ABC est un triangle isocèle en A tel que $\hat{A} = 50^\circ$.

Or la somme des mesures des angles d'un triangle est égale à 180° .

$$\text{Donc } \hat{A} + 2 \times \hat{B} = 180^\circ$$

$$2 \times \hat{B} = 180^\circ - \hat{A}$$

$$2 \times \hat{B} = 180^\circ - 50^\circ$$

$$2 \times \hat{B} = 130^\circ$$

$$\hat{B} = 65^\circ.$$

Ainsi, le triangle aura un angle de 50° et deux angles de 65° .

2^{ième} cas :

Supposons que le triangle soit isocèle en A et que $\hat{B} = 50^\circ$. (autrement dit, on connaît la mesure d'un des angles à la base)

Or, si un triangle est isocèle, alors ses angles à la base ont la même mesure.

$$\text{Donc } \hat{B} = \hat{C} = 50^\circ.$$

ABC est un triangle isocèle en A tel que $\hat{B} = \hat{C} = 50^\circ$.

Or la somme des mesures des angles d'un triangle est égale à 180° .

$$\text{Donc } \hat{A} = 180^\circ - 2 \times \hat{B}$$

$$\hat{A} = 180^\circ - 2 \times 50^\circ$$

$$\hat{A} = 180^\circ - 100^\circ$$

$$\hat{A} = 80^\circ$$

Ainsi, le triangle aura un angle de 80° et deux angles de 50° .

Remarque : Je suppose que vous avez oublié un cas... !

2) Cette fois-ci, il n'y a qu'un cas possible !

En effet, si l'un des angles à la base mesure 100° , l'autre angle à la base mesure aussi 100° et la somme des deux angles nous donnent 200° .

Difficile dans ce cas-là que la somme des trois angles fasse 180° !

Le seul cas possible est donc le 1^{er} cas de la question précédente.

En reprenant le même raisonnement, on trouve que le triangle a un angle de 100° et deux angles de 40° .

Corrigé Problème 1 :

ABCD est un carré donc $AD = DC$

DCJ est un triangle équilatéral donc $DC = DJ$.

On a donc $AD = DJ$. On en déduit que le triangle ADJ est isocèle en D.

ABCD est un carré donc $\widehat{ADC} = 90^\circ$.

DCJ est un triangle équilatéral.

Or, si un triangle est équilatéral, alors ses trois angles mesurent 60° .

Donc $\widehat{CDJ} = 60^\circ$.

On a $\widehat{ADJ} = \widehat{ADC} + \widehat{CDJ}$

$$\widehat{ADJ} = 90^\circ + 60^\circ$$

$$\widehat{ADJ} = 150^\circ$$

ADJ est un triangle isocèle en D.

Or, si un triangle est isocèle, alors ses angles à la base ont la même mesure.

Donc $\widehat{DAJ} = \widehat{DJA}$.

ADJ est un triangle isocèle en D tel que $\widehat{ADJ} = 150^\circ$.

Or la somme des mesures des angles d'un triangle est égale à 180° .

Donc $2 \times \widehat{DAJ} + \widehat{ADJ} = 180^\circ$

$$2 \times \widehat{DAJ} = 180^\circ - \widehat{ADJ}$$

$$2 \times \widehat{DAJ} = 180^\circ - 150^\circ$$

$$2 \times \widehat{DAJ} = 30^\circ$$

$$\widehat{DAJ} = 15^\circ$$

Corrigé Problème 2 :

ABCD est un carré donc $AB = BC$.

IBC est un triangle équilatéral donc $IB = BC$

On a donc $AB = IB$ donc le triangle AIB est isocèle en B.

ABCD est un carré donc $\widehat{ABC} = 90^\circ$.

IBC est un triangle équilatéral.

Or, si un triangle est équilatéral, alors ses trois angles mesurent 60° .

Donc $\widehat{IBC} = 60^\circ$.

On a $\widehat{ABI} = \widehat{ABC} - \widehat{IBC}$

$$\widehat{ABI} = 90^\circ - 60^\circ$$

$$\widehat{ABI} = 30^\circ.$$

AIB est un triangle isocèle en B.

Or, si un triangle est isocèle, alors ses angles à la base ont la même mesure.

Donc $\widehat{BAI} = \widehat{BIA}$.

AIB est un triangle isocèle en B tel que $\widehat{ABI} = 30^\circ$.

Or la somme des mesures des angles d'un triangle est égale à 180° .

Donc $2 \times \widehat{BAI} + \widehat{ABI} = 180^\circ$

$$2 \times \widehat{BAI} = 180^\circ - \widehat{ABI}$$

$$2 \times \widehat{BAI} = 180^\circ - 30^\circ$$

$$2 \times \widehat{BAI} = 150^\circ$$

$$\widehat{BAI} = 75^\circ$$

ABCD est un carré donc $\widehat{BAD} = 90^\circ$.

On a $\widehat{DAI} = \widehat{BAD} - \widehat{BAI}$

$$\widehat{DAI} = 90^\circ - 75^\circ$$

$$\widehat{DAI} = 15^\circ.$$

Corrigé Problème 3 :

D'après les deux problèmes précédents, on a $\widehat{DAI} = 15^\circ$ et $\widehat{DAJ} = 15^\circ$.

De plus, les points I et J sont situés du même côté de la droite (AD).

Donc les points A, I et J sont alignés.

Remarque : Il est indispensable de préciser que les points sont situés du même côté de la droite (AD). En effet, si le point J avait été le symétrique du point I par rapport à la droite (AD), on aurait aussi eu

$\widehat{DAI} = \widehat{DAJ} = 15^\circ$ mais les points n'auraient pas été alignés.