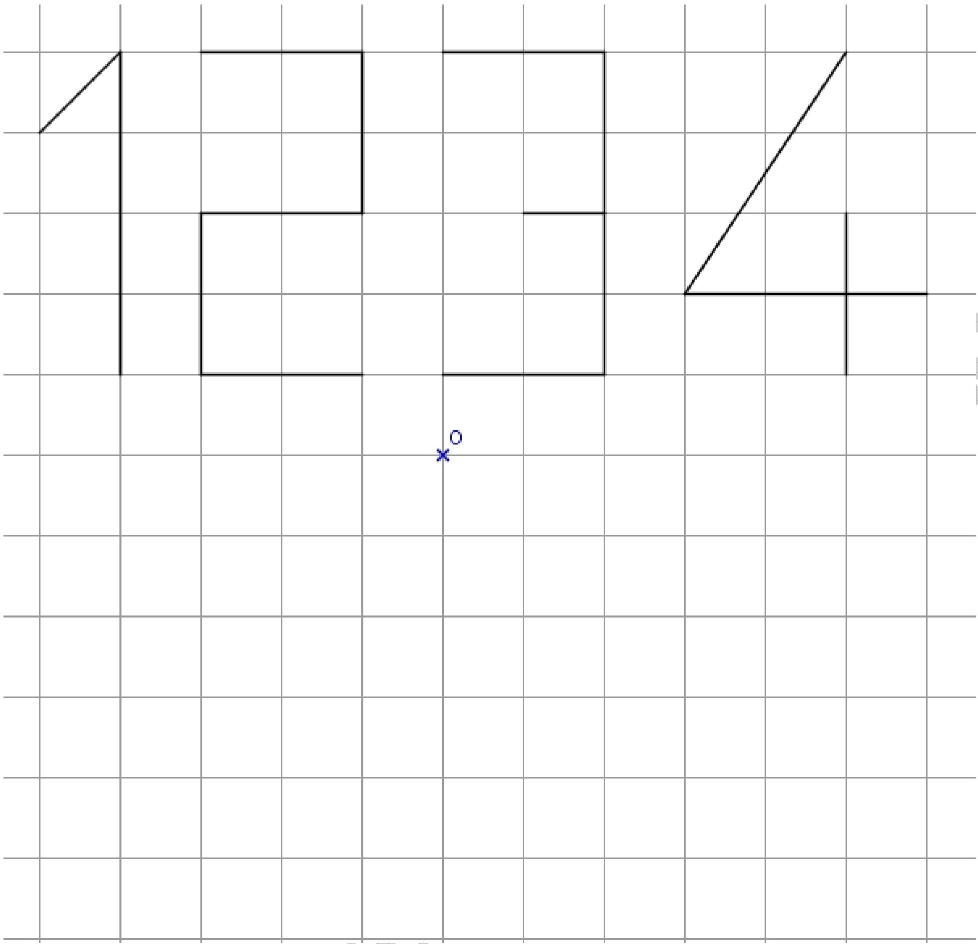
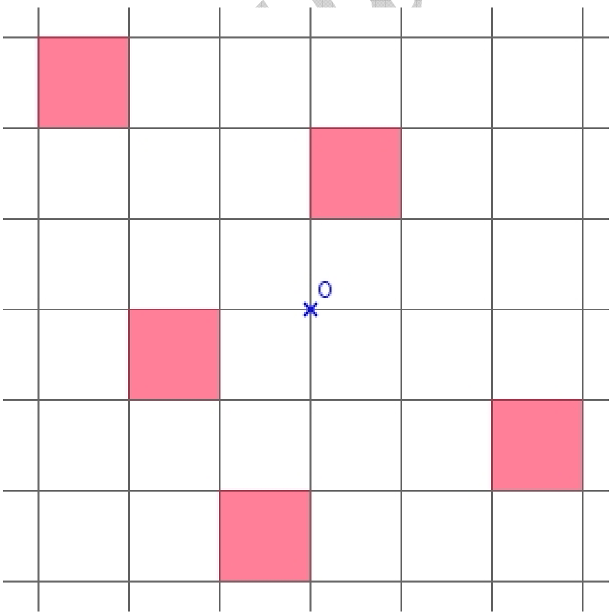
Exercice 1 :

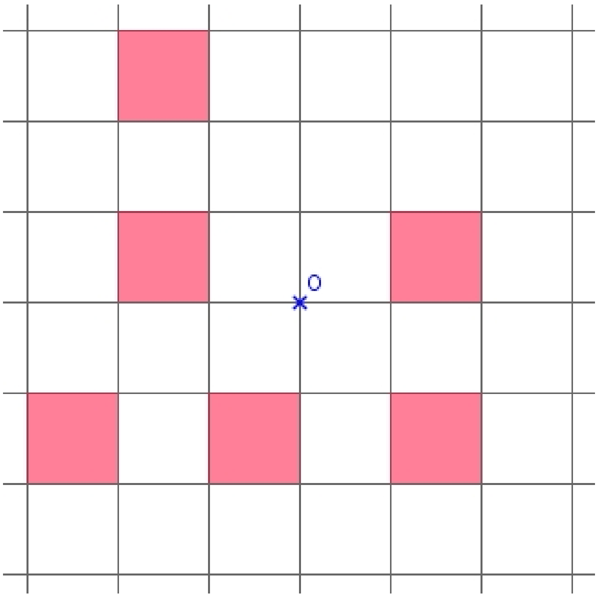
Compléter cette figure en construisant le symétrique de chaque nombre par rapport au point O.



Exercice 2 :

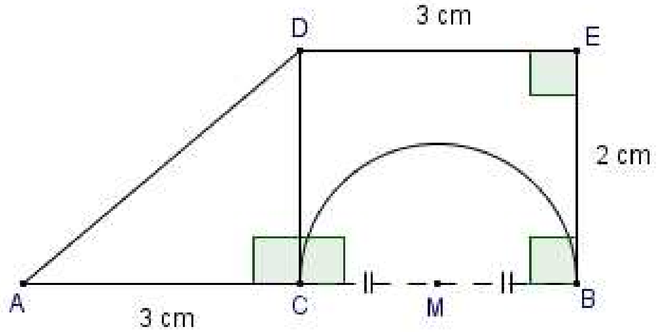
Compléter le plus simplement chacune des figures pour qu'elles aient le point O comme centre de symétrie.





Exercice 3 :

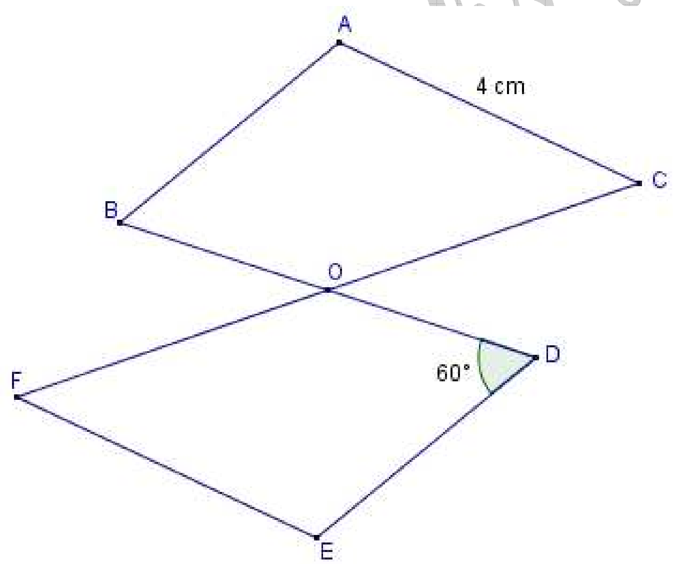
1) Construire la figure ci-dessous en vraie grandeur.



2) Construire le symétrique de la figure par rapport au point M.

Exercice 4 :

Les quadrilatères ABOC et OFED sont symétriques par rapport au point O.

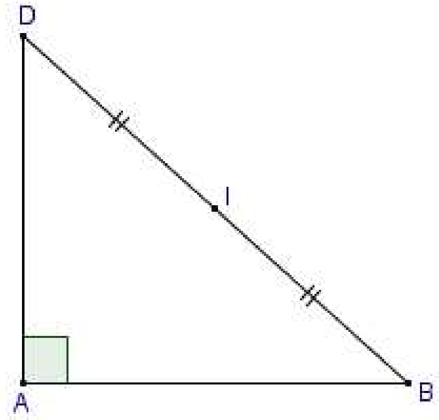


1) Quelle est la longueur du côté [FE] ?

2) Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{OBA}$?

Exercice 5 :

Sur la figure ci-contre, le triangle ABD est rectangle en A et I est le milieu de l'hypoténuse.



1) Construire le point C, symétrique du point A par rapport au point I.

2) a) Montrer que les points B et D sont symétriques par rapport au point I.

b) Montrer que $\widehat{DCB} = 90°$

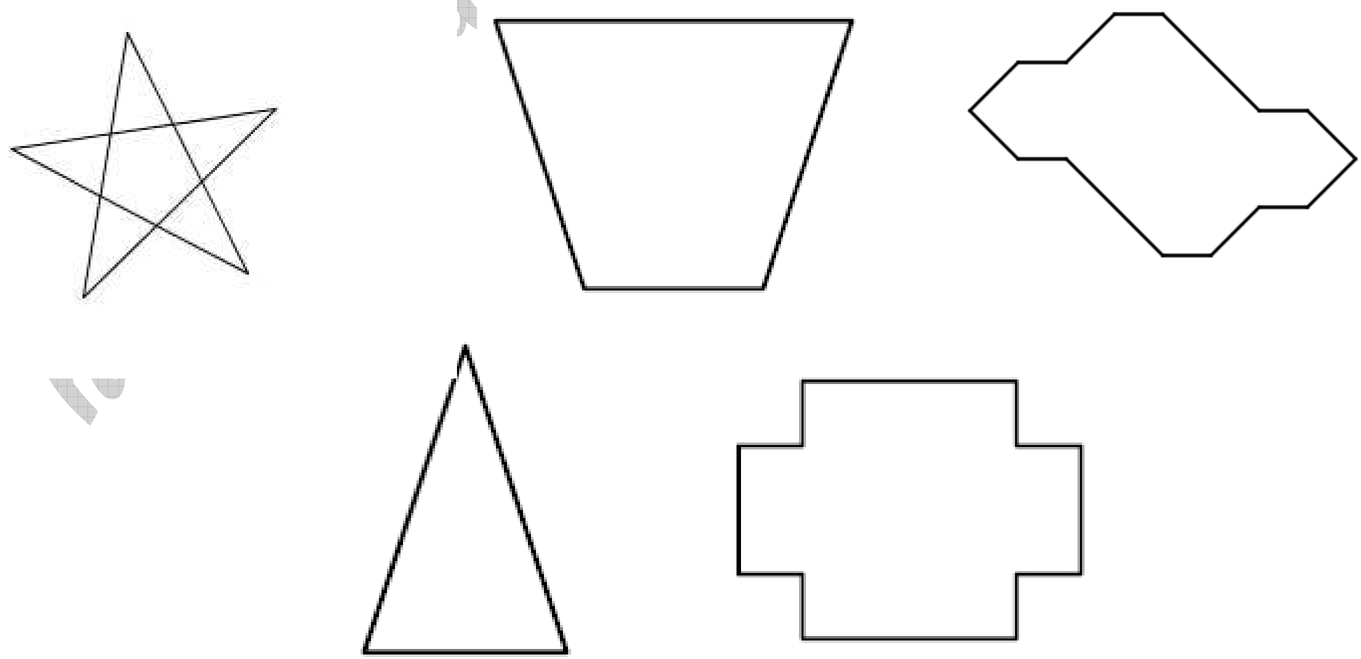
c) Montrer que les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

d) Montrer que $\widehat{ADC} = 90°$.

3) Quelle est la nature du quadrilatère ABCD.

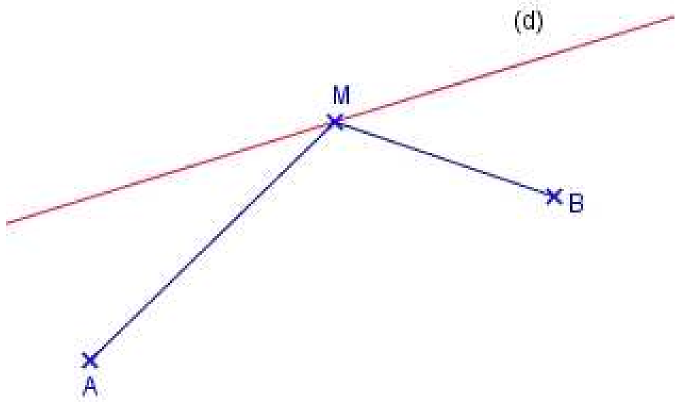
Exercice 6 :

Pour chaque figure, s'ils existent, placer précisément le(s) centre(s) de symétrie en bleu et le(s) axe(s) de symétrie en rouge.



Exercice 7 :

On donne une droite (d) et deux points A et B situés du même côté par rapport à la droite (d). On joint les points A et B en prenant appui sur la droite (d) en un point M comme dans la figure ci-dessous :

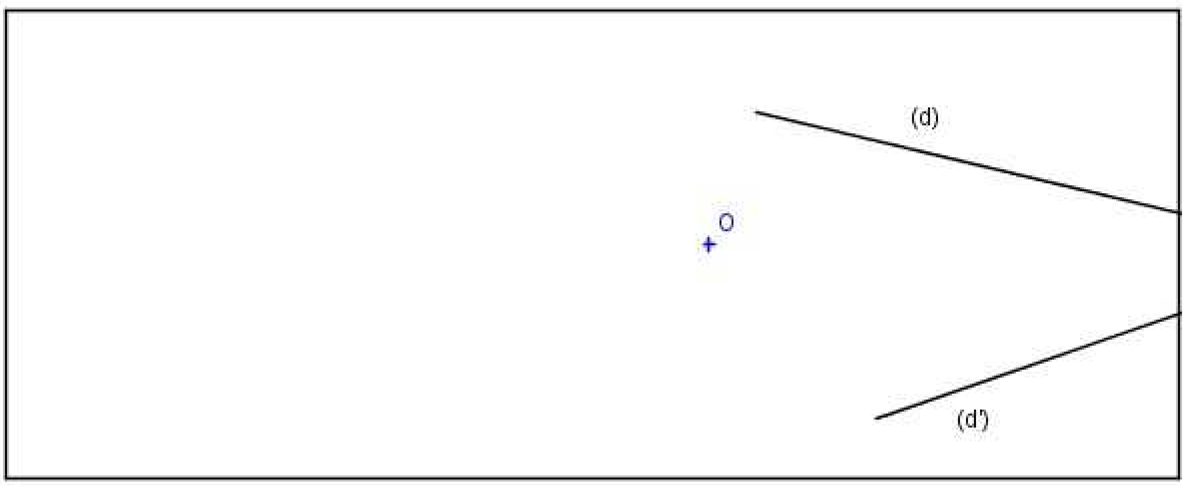


Le but de l'exercice est de trouver la position du point M pour rendre le trajet bleu le plus petit possible.

1) Construire le point A' symétrique de A par rapport à (d).
2) a) Montrer que AM = A'M
b) Que peut-on en déduire pour les trajets AM + MB et A'M + MB.
3) En déduire la position recherchée du point M.

Exercice 8 :

Sur la figure ci-contre, les droites (d) et (d') sont concourantes en un point I situé en dehors du cadre.



Sans sortir du cadre, construire le symétrique du point I par rapport à O.

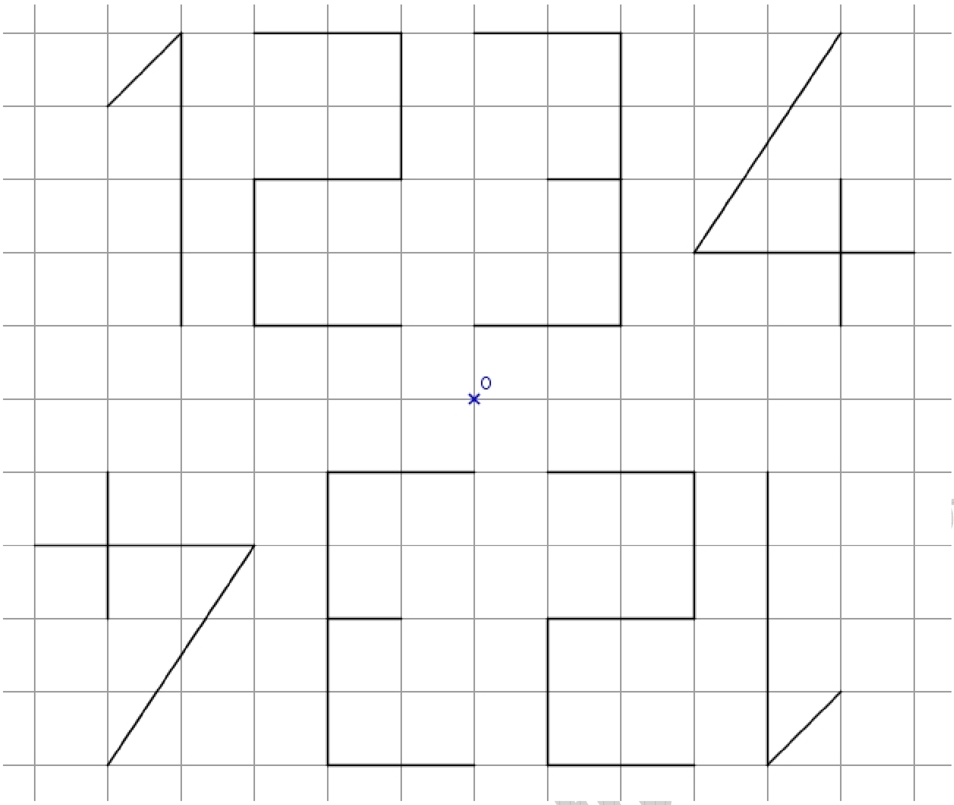
Problème 1 :

Placer deux poins A et O. Comment construire uniquement au compas le symétrique du point A par rapport au point O ?

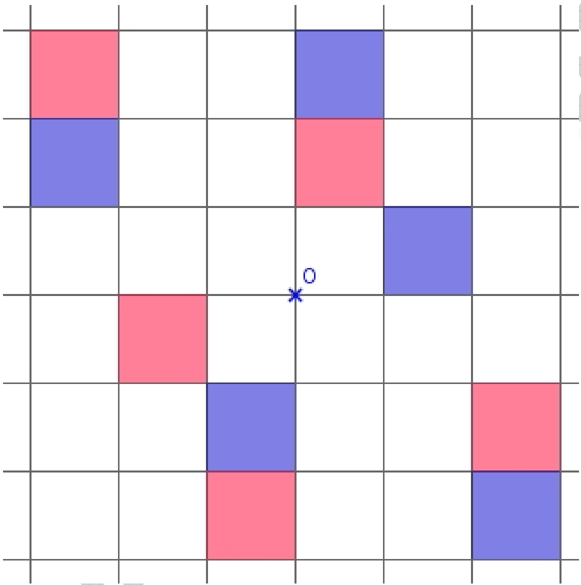
Problème 2 :

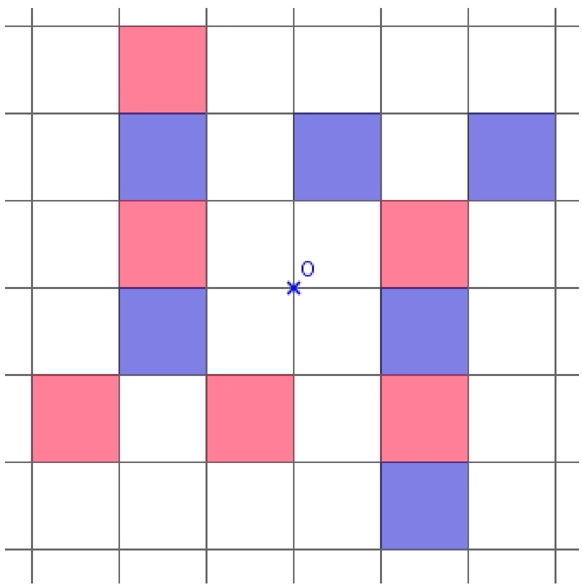
Existe-t-il un triangle non aplati qui a un centre de symétrie ? Si oui en dessiner un.

Corrigé 1 :

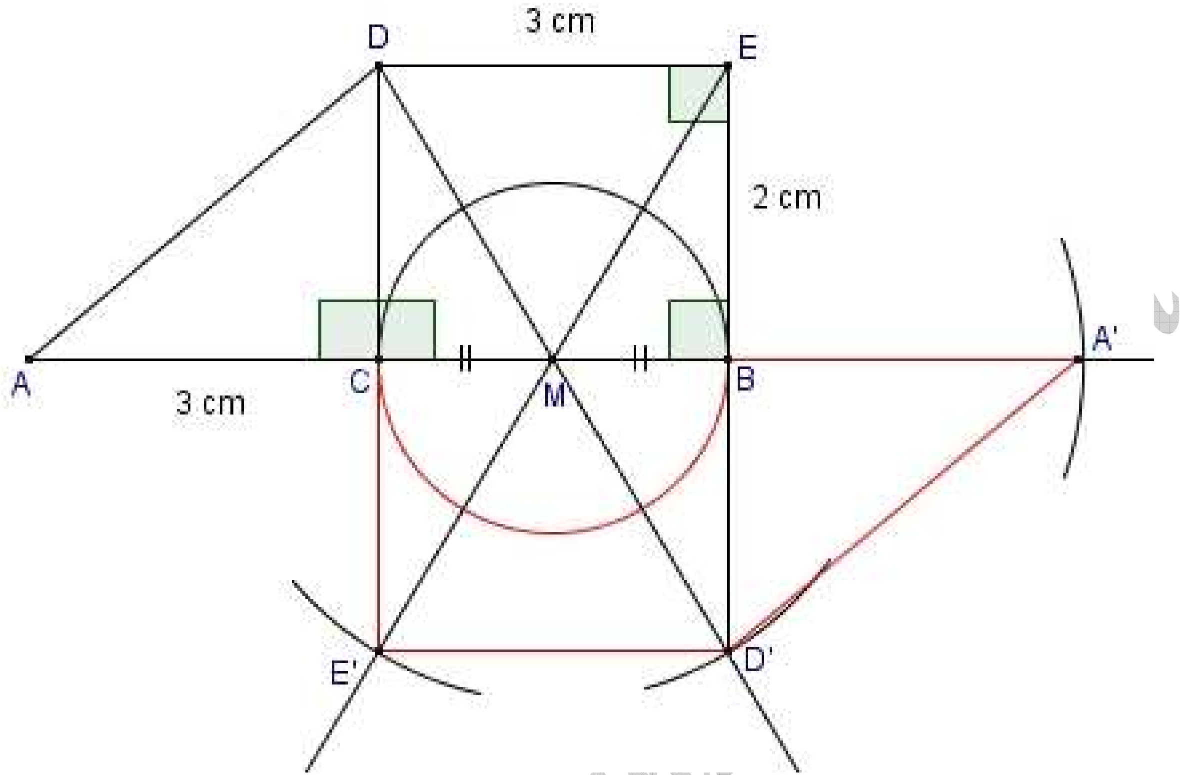


Corrigé 2 :





Corrigé 3 :



Corrigé 4 :

1) Le segment [FE] est le symétrique du segment [AC] par rapport au point O.
Or la symétrie centrale conserve les longueurs.
Donc FE = AC = 4 cm.

2) L'angle $\widehat{OBA}$ est le symétrique de l'angle $\widehat{ODE}$ par rapport au point O.
Or la symétrie centrale conserve la mesure des angles.
Donc $\widehat{OBA} = \widehat{ODE} = 60°$

Corrigé 5 :

1) Voir figure à la fin.

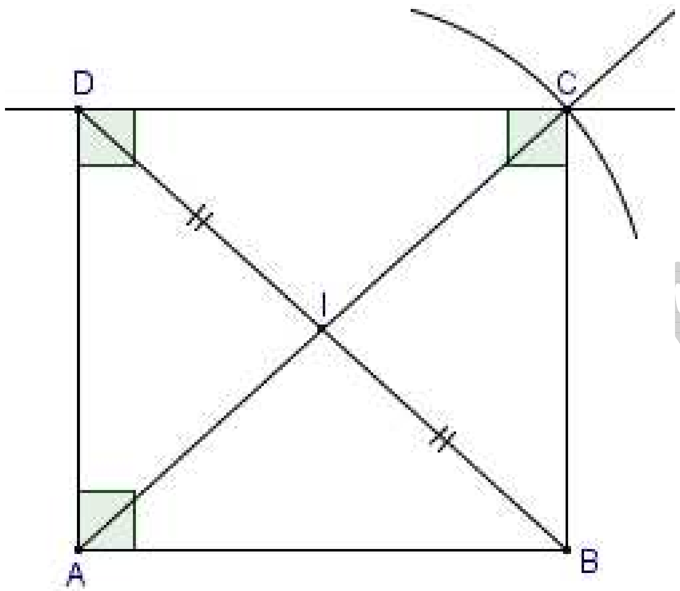
2) a) I est le milieu du segment [BD] donc B et D sont symétriques par rapport à I.

b) L'angle $\widehat{DCB}$ est le symétrique de l'angle $\widehat{DAB}$ par rapport au point I.
Or la symétrie centrale conserve la mesure des angles.
Donc $\widehat{DCB} = \widehat{DAB} = 90°$

c) La droite (CD) est le symétrique de la droite (AB) par rapport au point I.
Or, le symétrique d'une droite par rapport à un point est une droite qui lui est parallèle.
Donc (AB)//(CD)

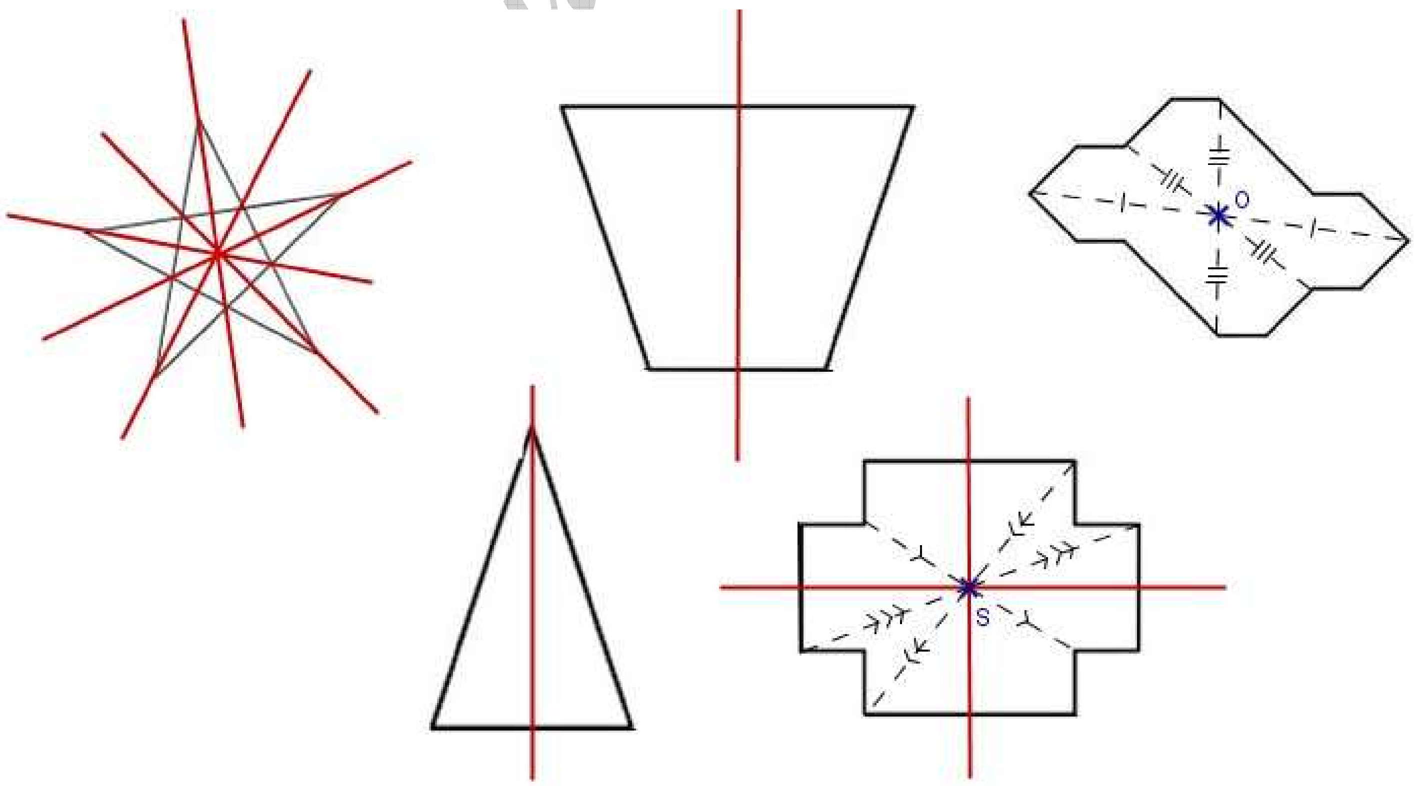
d) On a (AB)//(CD) et (AB) $\perp$ (AD)
Or si deux droites sont parallèles, alors toute perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.
Donc (CD) $\perp$ (AD).
Donc $\widehat{ADC} = 90°$.

3) Dans le quadrilatère ABCD, on a $\widehat{ADC} = \widehat{DCB} = \widehat{DAB} = 90°$
Or un quadrilatère ayant 3 angles droits est un rectangle.
Donc ABCD est un rectangle.



Corrigé 6 :

En rouge les axes de symétrie et en bleu les centres de symétrie.



Corrigé 7 :

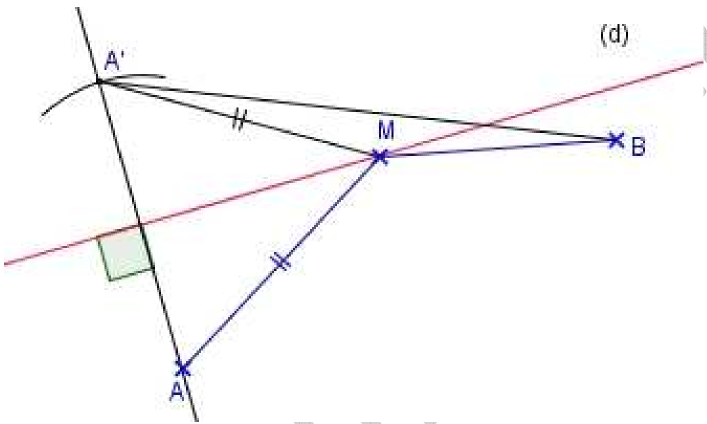
1) Voir la figure à la fin.

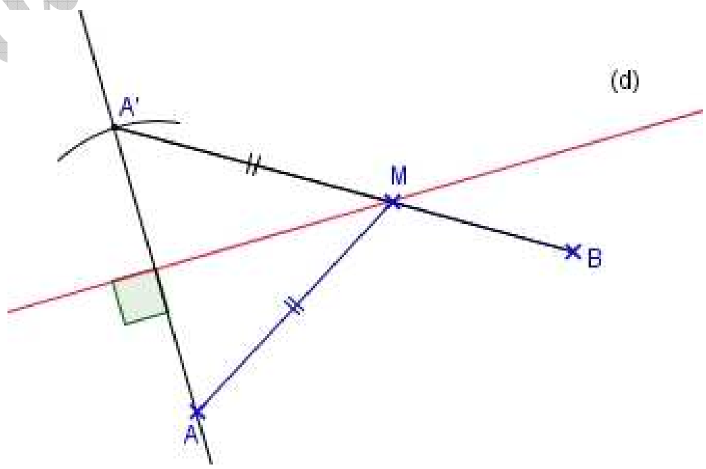
2) a) Le segment [A'M] est le symétrique du segment [AM] par rapport à la droite (d).
Or la symétrie axiale conserve les longueurs.
Donc AM = A'M.

b) D'après la question précédente, on en déduit que AM + MB = A'M + MB.

c) D'après la question précédente, minimiser le trajet AM + MB revient donc à minimiser le trajet A'M + MB.
De manière évidente, A'M + MB est minimale lorsque $M \in [A'B]$ (inégalité triangulaire).

On en déduit que le trajet bleu sera minimal lorsque $M \in [A'B]$. Sur les figures ci-dessous, le trajet AM + MB est minimal sur la figure de droite mais pas sur la figure de gauche (car $M \notin [A'B]$)



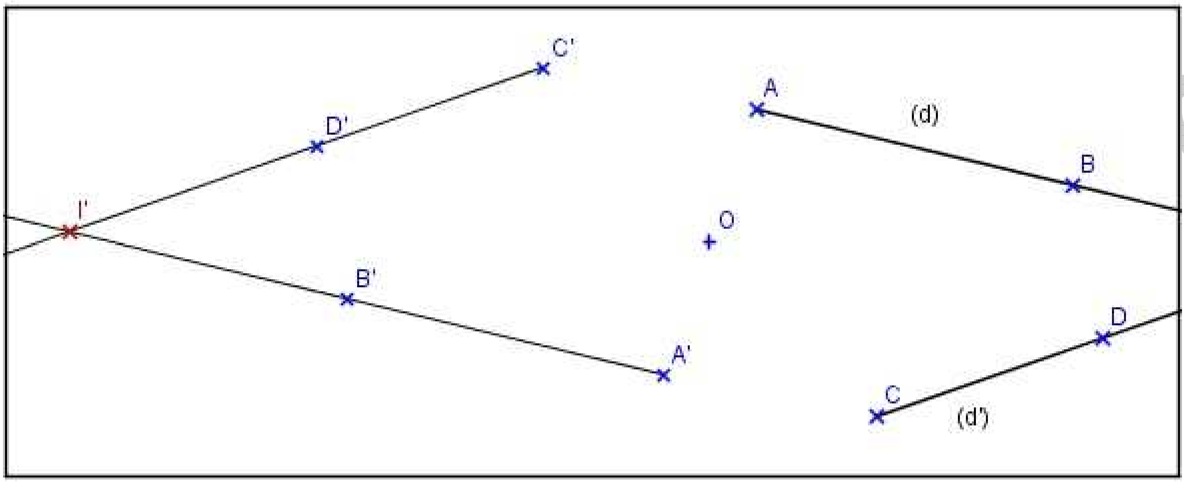


Remarque 1 : Cet exercice touche clairement à la symétrie axiale mais un peu de révision ne fait jamais de mal.

Remarque 2 : Cet exercice est un grand classique et possède des applications dans la vie courante. Pour les curieux => http://maths-au-quotidien.fr/college/billard.htm

Corrigé 8 :

Il suffit de tracer les symétriques des deux droites par rapport au point O pour obtenir le symétrique du point I. Je n'ai pas laissé les traits de constructions.



Corrigé Problème 1 :

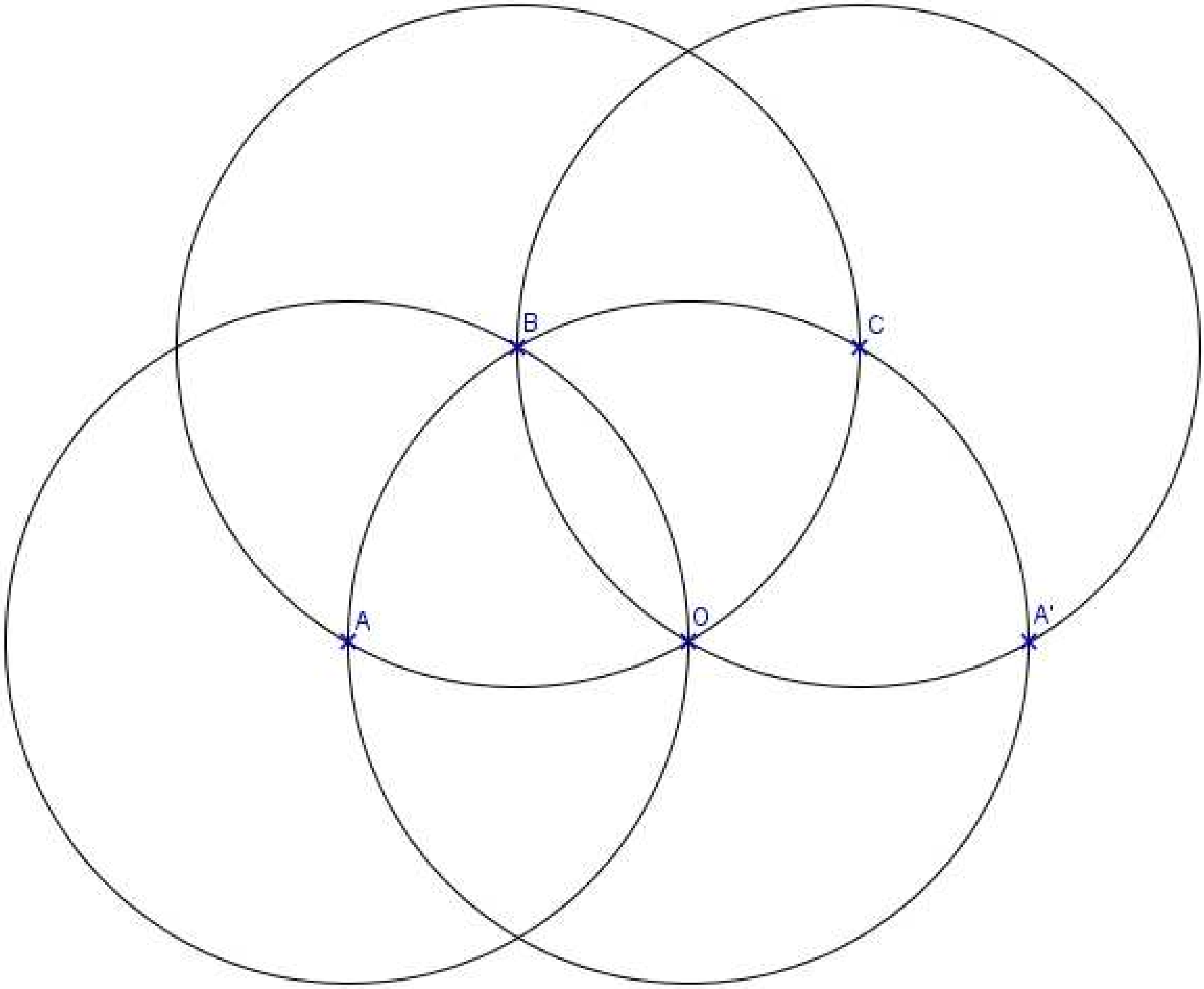
Il faut penser au triangle équilatéral… En effet, on cherche à tracer le symétrique du point A par rapport au point O. Appelons A' ce symétrique.
Nous voulons donc que OA = OA' et A, A' et O soient alignés.

Construisons le triangle équilatéral ABO. On a donc AB = AO = OB.
Ensuite, construisons le triangle équilatéral OBC. On a donc OB = BC = OC.
Pour finir, construisons le triangle équilatéral OCA'. On a donc OC = OA' = A'C
Ces trois égalités nous donnent OA = OA'.

Reste à montrer que les points O, A et A' sont alignés.

On a $\widehat{AOA'} = \widehat{AOB} + \widehat{BOC} + \widehat{COA'}$
Or, dans un triangle équilatéral, chaque angle a pour mesure 60°.
On a donc $\widehat{AOA'} = 60° + 60° + 60° = 180°$.
Les points O, A et A' sont donc alignés.

On en déduit que le point A' tracé est bien le point recherché.



Corrigé Problème 2 :

Supposons qu'un tel triangle ABC existe. Appelons O le centre de symétrie du triangle. On en déduit que O est le milieu du segment [AB].
Pour que les trois points ne soient pas alignés, il faudrait donc que C soit son propre symétrique, c'est-à-dire que C = O. En effet, le centre de la symétrie est le seul point invariant, autrement dit c'est le seul point qui ne change pas lorsqu'on effectue la symétrie.
Cependant, si C = O, alors C est le milieu de [AB] et les trois points sont alignés donc le triangle est applati.

Un tel triangle n'existe donc pas !

Remarque : Nous venons de faire un raisonnement par l'absurde. On a supposé qu'un tel triangle non aplati existait pour aboutir à une contradiction : le triangle est applati.