Exercice 1 :

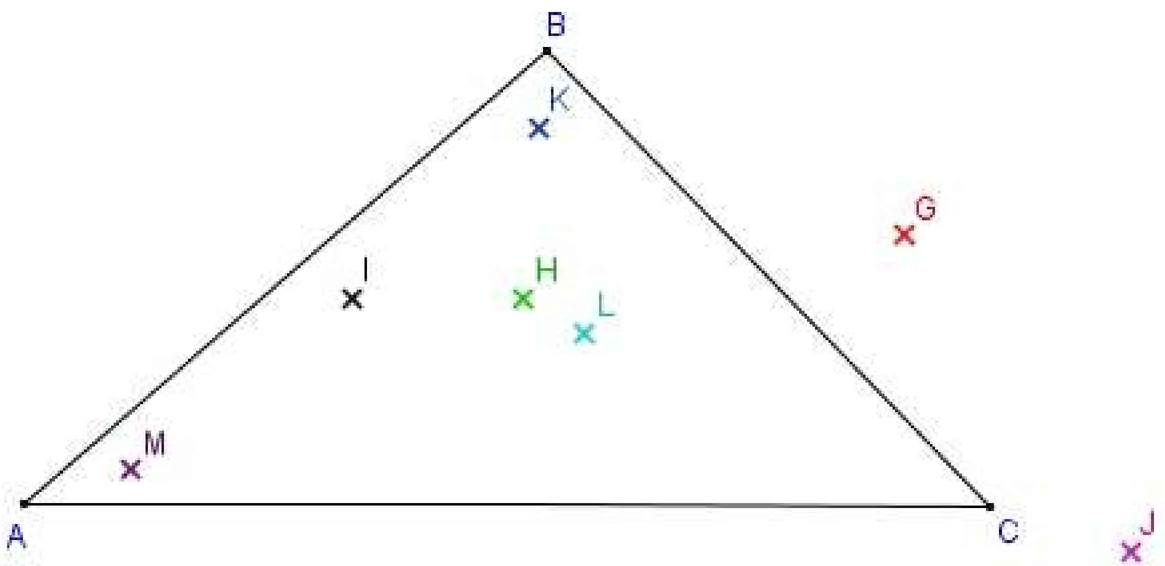
Un mouchoir est posé sur la plage. Kamel et Loic courent ; le premier qui prend le mouchoir a gagné.
Voici une schématisation de la situation : (K pour Kamel et L pour Loic)

1) Indiquer tous les emplacements possibles du mouchoir pour que le jeu soit équitable (c'est-à-dire pour que le mouchoir soit aussi près de Kamel que de Loic)

2) Cédric vient jouer avec Kamel et Loic. Indiquer l'emplacement du mouchoir pour que le jeu soit encore équitable.

Exercice 2 :

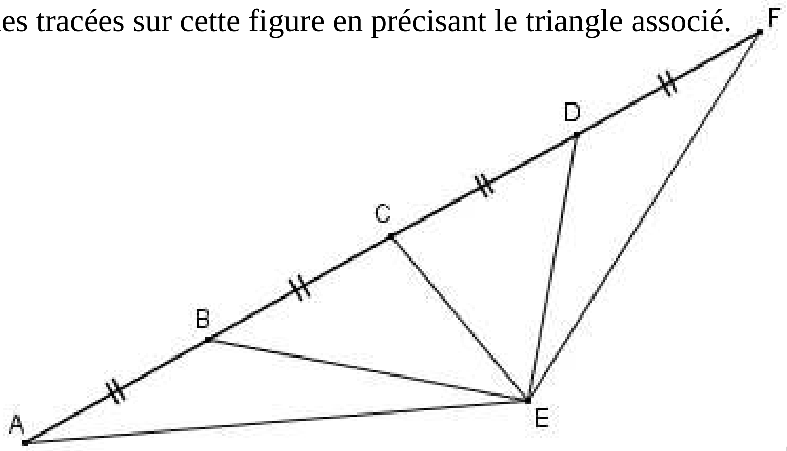
Chacun des points de couleur est situé sur une médiane du triangle ABC.



Préciser, pour chacun d'eux, la médiane sur laquelle il se situe.

Exercice 3 :

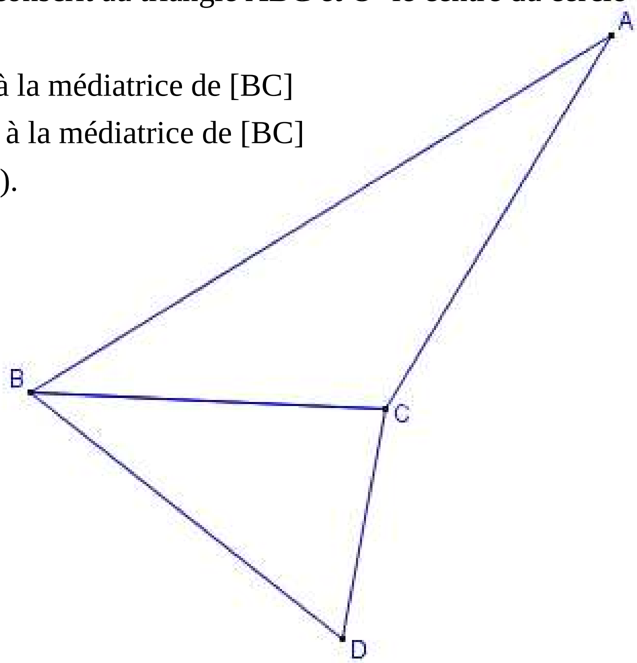
Trouver toutes les médianes tracées sur cette figure en précisant le triangle associé.



Exercice 4 :

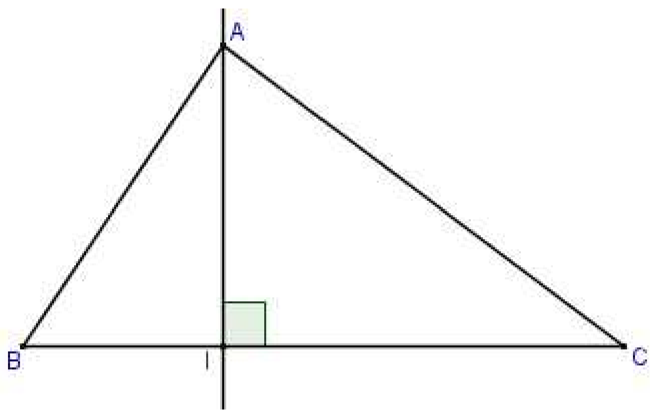
Soit O le centre du cercle circonscrit au triangle ABC et O' le centre du cercle circonscrit au triangle BCD.

1) Montrer que O appartient à la médiatrice de [BC]
2) Montrer que O' appartient à la médiatrice de [BC]
3) Montrer que (OO') $\perp$ (BC).



Exercice 5 :

On considère la figure ci-dessous :

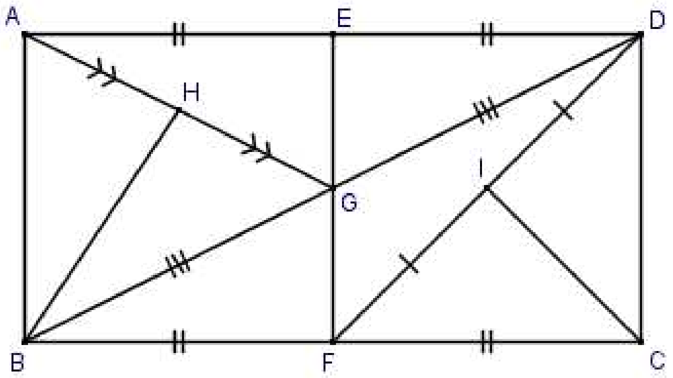


On appelle O le centre du cercle circonscrit à ABI et O' le centre du cercle circonscrit à ACI.
Montrer que (OO')//(BC)

R.Flouret

Problème :

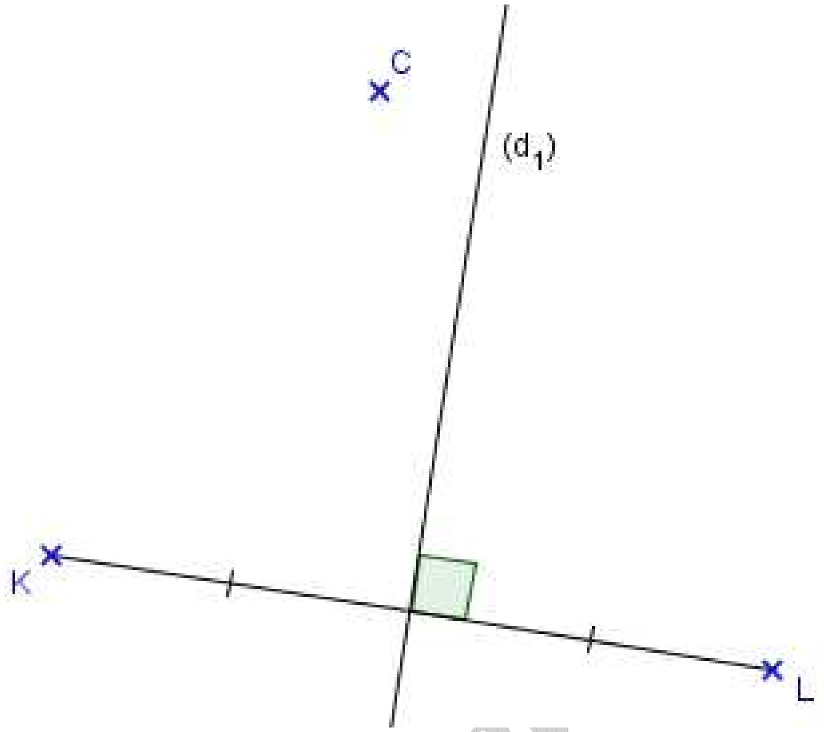
Marine doit partager un gâteau rectangulaire en huit parts. Voici son découpage :



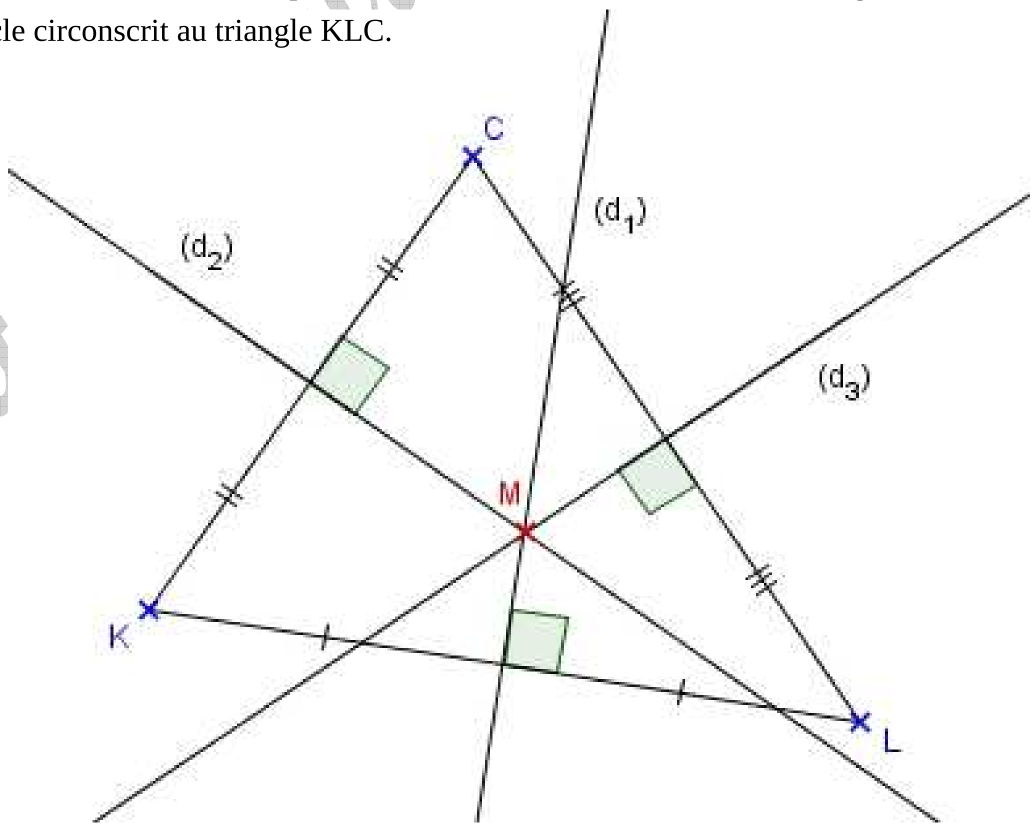
Est-ce un partage équitable ?

Corrigé 1 :

1) Pour que le jeu soit équitable, le mouchoir doit être à égale distance de Kamel et Loic. Il doit donc se trouver sur la médiatrice de [KL]. Sur le dessin, (d_1) est la médiatrice du segment [KL].



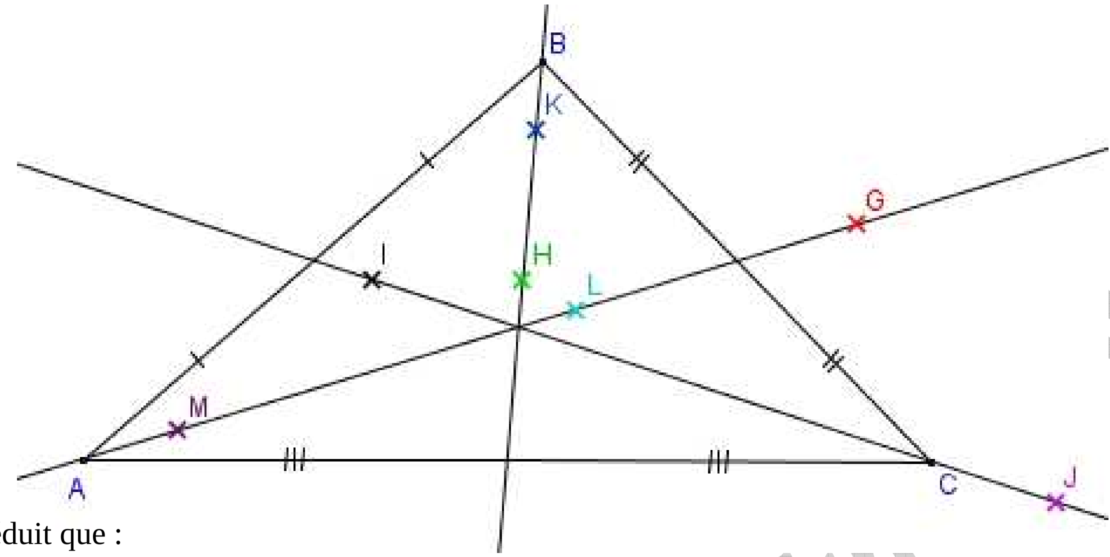
2) Maintenant, pour que le jeu soit équitable, le mouchoir doit aussi se trouver à égale distance de Kamel et Cédric, autrement dit, il doit se trouver sur la médiatrice de [CK]. Mais il doit aussi être à égale distance de Cédric et Loic. Il doit donc aussi se trouver sur la médiatrice de [CL].
Finalement, le mouchoir est donc le point d'intersection des médiatrices du triangle KLC, autrement dit, le centre du cercle circonscrit au triangle KLC.



R.Flouret

Corrigé 2 :

Il suffit de tracer les médianes du triangle pour être fixé !



On en déduit que :

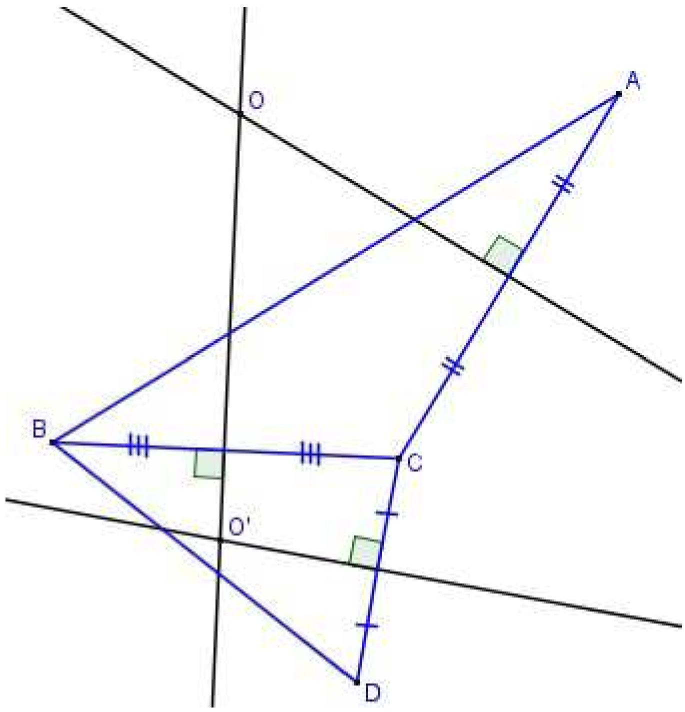
- les points M, L et G se situent sur la médiane issue de A.
- les points K et H se situent sur la médiane issue de B.
- les points I et J se situent sur la médiane issue de C.

Corrigé 3 :

(BE) est la médiane issue de E dans le triangle ACE.
(CE) est la médiane issue de E dans le triangle AFE et dans le triangle BED.
(DE) est la médiane issue de E dans le triangle CFE.

Corrigé 4 :

Pour se faire une idée de la situation, il est préférable de placer les points O et O' !



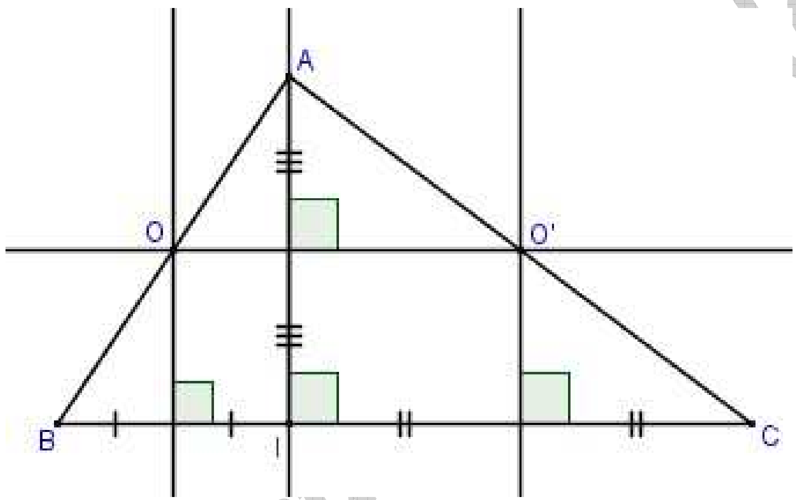
1) O est le centre du cercle circonscrit à ABC donc O appartient à la médiatrice de [BC].

2) O’ est le centre du cercle circonscrit à BCD donc O’ appartient à la médiatrice de [BC].

3) O appartient à la médiatrice de [BC] et O’ appartient à la médiatrice de [BC].
Donc (OO’) est la médiatrice de [BC].
Or, la médiatrice d’un segment est la droite perpendiculaire à ce segment en son milieu.
Donc (OO’) ⊥ (BC).

Corrigé 5 :

Idem, il est préférable de placer O et O’ pour se faire une idée de la situation !



O est le centre du cercle circonscrit à ABI donc O appartient à la médiatrice de [AI].

O’ est le centre du cercle circonscrit à ACI donc O’ appartient à la médiatrice de [AI].

O appartient à la médiatrice de [AI] et O’ appartient à la médiatrice de [AI].
Donc (OO’) est la médiatrice de [AI].
Or, la médiatrice d’un segment est la droite perpendiculaire à ce segment en son milieu.
Donc (OO’) ⊥ (AI).

Le codage de la figure nous donne (BC) ⊥ (AI).

On a donc (OO’) ⊥ (AI) et (BC) ⊥ (AI).
Or, si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième, alors elles sont parallèles entre elles.
Donc (OO’)//(BC)

Corrigé Problème :

Le rectangle ABCD est partagé en deux triangles de même aire ABD et BCD.

Dans le triangle ABD, (AG) est la médiane issue de A.
Or une médiane d'un triangle partage ce triangle en deux triangles de même aire.
Donc les triangles AGB et AGD ont la même aire, qui est la moitié de celle de ABD et donc le quart de celle de ABCD.

De la même manière, on montre que BFD et FDC ont la même aire qui est le quart de celui de ABCD.

Dans le triangle ABG, la droite (BH) est la médiane issue de B.
Or une médiane d'un triangle partage ce triangle en deux triangles de même aire.
Donc les triangles AHB et HBG ont la même aire, qui est la moitié de celle de ABG, autrement dit le quart de celle de ABD et donc un huitième de celle de ABCD.

De la même manière on montre que :
- AEG et EGD ont la même aire, qui est un huitième de celle de ABCD.
- BGF et FGD ont la même aire, qui est un huitième de celle de ABCD.
- FIC et ICD ont la même aire, qui est un huitième de celle de ABCD.

Ainsi, chaque part représente un huitième du gâteau. Le partage est donc équitable.