Exercice 1 :

On sait que $a < b$. Compléter par « < » ou « > » :

a) $a+5.....b+5$ **b)** $b-15.....a-15$ **c)** $15a.....15b$ **d)** $-10a.....-10b$

Exercice 2 :

Soit a un nombre tel que $a < 5$. Trouver une inégalité vérifiée par :

a) $10a-7$ **b)** $-5a+\pi$

Exercice 3 :

À partir de chaque inégalité, dire ce que l'on peut en déduire pour le nombre x.

a) $2x > 8$ **b)** $-10x < 9$ **c)** $10x+15 > 31$ **d)** $-2x+5 > 3$ **e)** $25x+13 > 10x-2$

Exercice 4 :

Comparer les nombres suivants :

a) $\frac{7}{15}$ et $\frac{19}{15}$ **b)** $\frac{11}{21}$ et $\frac{7}{42}$ **c)** $7{,}45\times10^{-6}$ et $8{,}43\times10^{-6}$ **d)** $7{,}2\times10^{-13}$ et $4{,}5\times10^{-14}$

Exercice 5 :

Sachant que $3{,}14 < \pi < 3{,}15$, comparer les nombres suivants :

1) $\pi+7$, $10{,}15$, $10{,}14$, $\pi+7{,}01$

2) $3{,}15\pi$, $3{,}14^2$, $3{,}15^2$, $3{,}14\pi$

Exercice 6 :

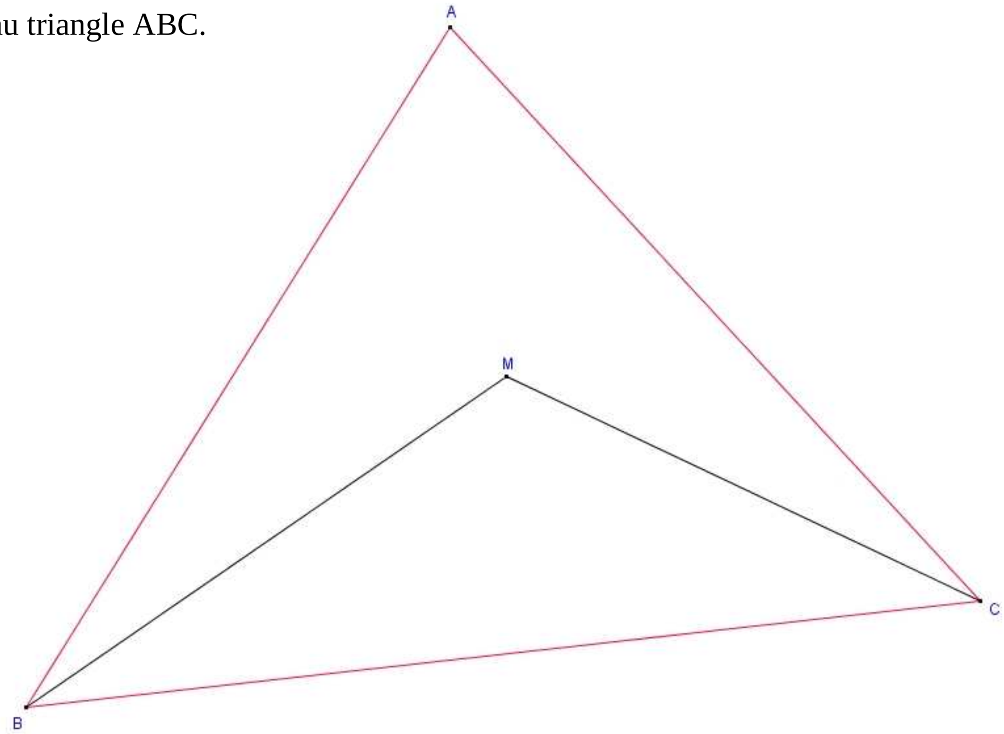
Voici quelques valeurs approchées du nombre π utilisées selon les époques :

2000 av. J.C	Égypte	$\left(\dfrac{16}{9}\right)^2$
2000 av. J.C	Babylone	$3+\dfrac{7}{60}+\dfrac{1}{120}$
300 av. J.C	Archimède	$3+\dfrac{1}{7}$
200 av. J.C	Ptolémée	$\dfrac{377}{120}$
500 ap. J.C	Chine	$\dfrac{355}{113}$

Comparer ses différentes valeurs approchées.

Exercice 7 :

L'objet de cet exercice est de démontrer que le « trajet BMC » est plus court que le « trajet BAC » lorsque le point M est intérieur au triangle ABC.



1) Soit I le point d'intersection de la droite (BM) et du segment [AC].
Comparer $BM + MC$ et $BM + MI + IC$.
En déduire que $BM + MC < BI + IC$.

2) Comparer $BI + IC$ et $BA + AC$, puis montrer que $BM + MC < BA + AC$.

R.Flouret

Corrigé 1 :

a) $a < b$
$a+5 < b+5$

b) $a < b$
$b-15 > a-15$

c) $a < b$
$15a < 15b$

d) $a < b$
$-10a > -10b$

Corrigé 2 :

a) $a < 5$

$10a < 10\times 5$

$10a < 50$

$10a - 7 < 50 - 7$

$10a - 7 < 43$

b) $a < 5$

$-5a > -5\times 5$

$-5a > -25$

$-5a + \pi > -25 + \pi$

Corrigé 3 :

a) $2x > 8$

$\frac{2x}{2} > \frac{8}{2}$

$x > 4$

b) $-10x < 9$

$\frac{-10x}{-10} > \frac{9}{-10}$

$x > -0{,}9$

c) $10x + 15 > 31$

$10x + 15 - 15 > 31 - 15$

$10x > 16$

$\frac{10x}{10} > \frac{16}{10}$

$x > 1{,}6$

d) $-2x + 5 > 3$

$-2x + 5 - 5 > 3 - 5$

$-2x > -2$

$\frac{-2x}{-2} < \frac{-2}{-2}$

$x < 1$

e) $25x + 13 > 10x - 2$

$25x + 13 - 10x > 10x - 2 - 10x$

$15x + 13 > -2$

$15x + 13 - 13 > -2 - 13$

$15x > -15$

$\frac{15x}{15} > \frac{-15}{15}$

$x > -1$

Remarque : Il s'agit de la même méthode de résolution que pour les équations sauf qu'il faut faire attention lors des multiplications et divisions. En fait, nous sommes en train de résoudre des inéquations.

Corrigé 4 :

a) $7 < 19$

$\frac{7}{15} < \frac{19}{15}$

b) On a $\frac{11}{21} = \frac{22}{42}$. Comme $22 > 7$, on en déduit que $\frac{22}{42} > \frac{7}{42}$ et donc que $\frac{11}{21} > \frac{7}{42}$.

Remarque : Pour comparer 2 fractions, il est judicieux de les mettre aux mêmes dénominateurs.

c) $7{,}45 < 8{,}43$

$7{,}45\times10^{-6} < 8{,}43\times10^{-6}$

d) On a $7{,}2\times10^{-13} = 72\times10^{-14}$.

Comme $72 > 4{,}5$, on en déduit que $72\times10^{-14} > 4{,}5\times10^{-14}$ et donc que $7{,}2\times10^{-13} > 4{,}5\times10^{-14}$

Corrigé 5 :

1) On a $3{,}14 < \pi < 3{,}15$ donc $7+3{,}14 < \pi+7 < 3{,}15+7$ c'est-à-dire $10{,}14 < \pi+7 < 10{,}15$

On a $3{,}14 < \pi < 3{,}15$ donc $7{,}01+3{,}14 < \pi+7{,}01 < 3{,}15+7{,}01$ c'est-à-dire $10{,}15 < \pi+7{,}01 < 10{,}16$

Finalement, $10{,}14 < \pi+7 < 10{,}15 < \pi+7{,}01$

2) On a $3{,}14 < 3{,}15$ donc $3{,}14\pi < 3{,}15\pi$

On a $3{,}14 < \pi$ donc $3{,}14\times3{,}14 < 3{,}14\pi$ c'est-à-dire $3{,}14^2 < 3{,}14\pi$

On a $\pi < 3{,}15$ donc $3{,}15\pi < 3{,}15\times3{,}15$ c'est-à-dire $3{,}15\pi < 3{,}15^2$

Finalement, $3{,}14^2 < 3{,}14\pi < 3{,}15\pi < 3{,}15^2$

Corrigé 6 :

On a $\left(\frac{16}{9}\right)^2 = \frac{16^2}{9^2} = \frac{256}{81}$.

On a $3+\frac{7}{60}+\frac{1}{120} = \frac{360}{120}+\frac{14}{120}+\frac{1}{120} = \frac{375}{120}$

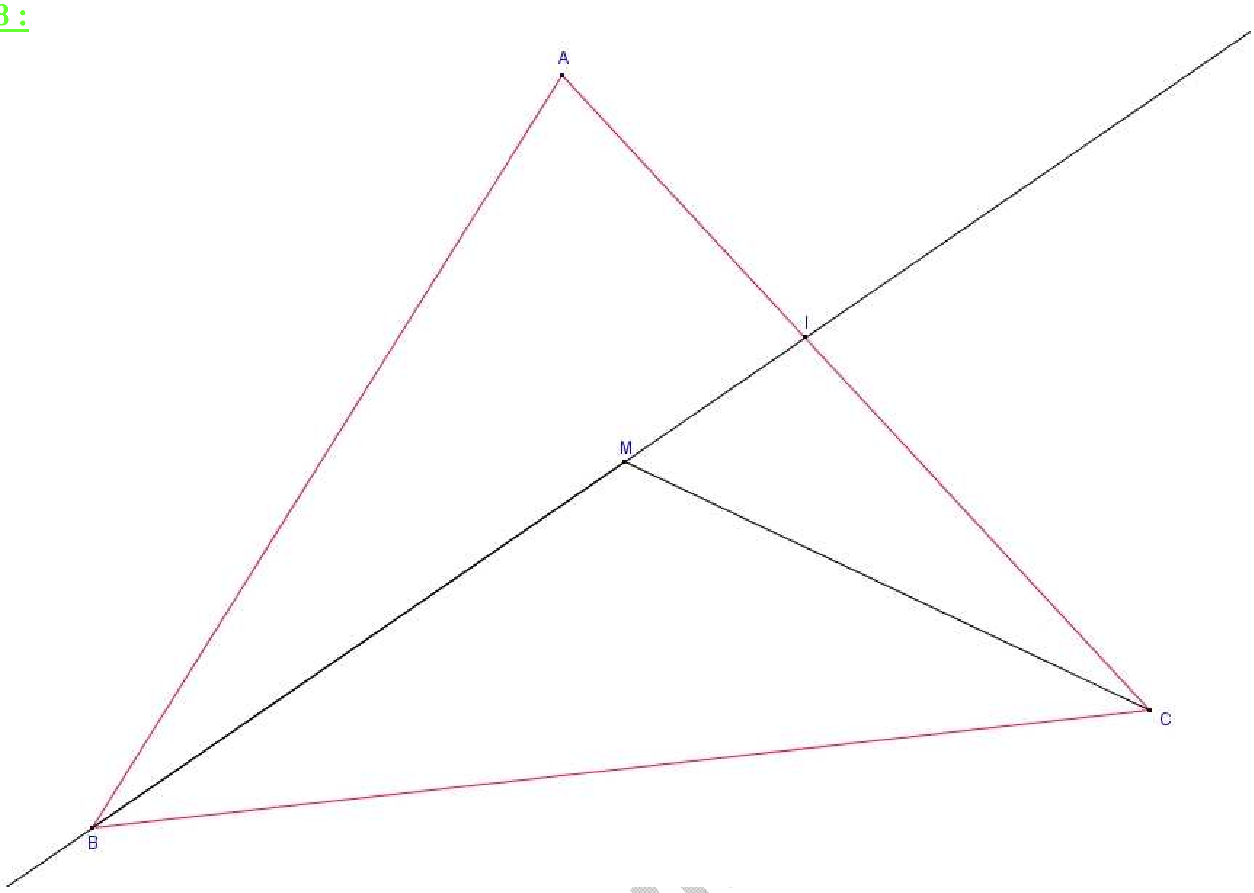
On a $3+\frac{1}{7} = \frac{21}{7}+\frac{1}{7} = \frac{22}{7}$

On a $\frac{22}{7} = \frac{2640}{840}$ et $\frac{377}{120} = \frac{2639}{840}$. On en déduit donc que $\frac{377}{120} < \frac{22}{7}$, c'est-à-dire $\frac{377}{120} < 3+\frac{1}{7}$.

Je vous laisse le soin de faire les autres comparaisons.

On obtient finalement : $3+\frac{7}{60}+\frac{1}{120} < \frac{355}{113} < \frac{377}{120} < 3+\frac{1}{7} < \left(\frac{16}{9}\right)^2$

Corrigé 8 :



1) On a clairement $MC < MI + IC$ (inégalité triangulaire)

On en déduit que $BM + MC < BM + MI + IC$.

$M \in [BI]$ donc $BM + MI = BI$.

L'inégalité précédente nous permet de conclure que $BM + MC < BI + IC$.

2) On a $BI < BA + AI$ (inégalité triangulaire)

De plus, $I \in [AC]$ donc $AI = AC - IC$.

On en déduit donc que $BI < BA + AC - IC$ d'où $BI + IC < BA + AC - IC + IC$.

Finalement, $BI + IC < BA + AC$.

On a donc $BM + MC < BI + IC$ et $BI + IC < BA + AC$. On en déduit donc que $BM + MC < BA + AC$.