

## Énoncé :

Soit  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  décroissante tel que  $f(x) + f(x+1) \underset{+\infty}{\sim} \frac{1}{x}$

- 1) Étudier la limite de  $f$  en  $+\infty$
- 2) Donner un équivalent de  $f$  en  $+\infty$ .

## Corrigé :

1)  $f$  est décroissante donc  $f$  possède une limite  $l$  en  $+\infty$ .

On a donc  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = l$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x+1) = l$

On en déduit que  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) + f(x+1) = 2l$

Or  $f(x) + f(x+1) \underset{+\infty}{\sim} \frac{1}{x}$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} = 0$

Donc  $2l = 0$ , autrement dit  $l = 0$ .

2) On a  $f(x+1) + f(x) \leq 2f(x) \leq f(x) + f(x-1)$

On en déduit que  $2f(x) \underset{+\infty}{\sim} \frac{1}{x}$  c'est-à-dire  $f(x) \underset{+\infty}{\sim} \frac{1}{2x}$