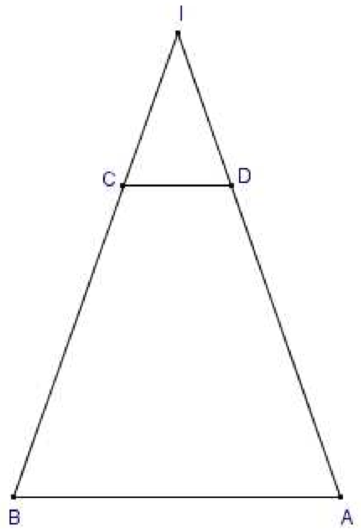
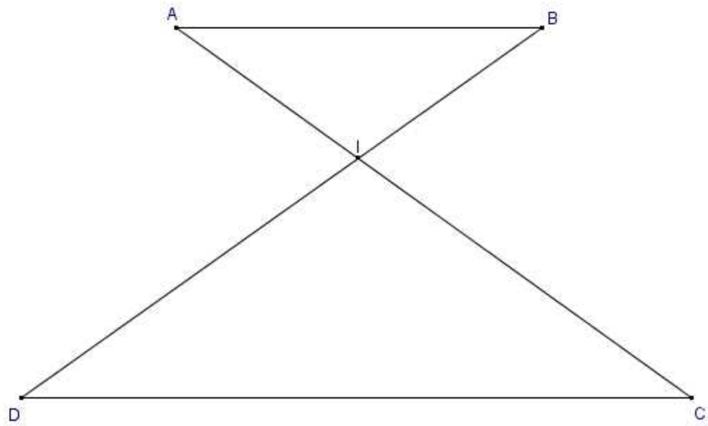
Exercice 1 :

Dans chacune des figures ci-dessous, calculer AI sachant que (AB) et (CD) sont parallèles et en tenant compte des indications fournies.

a) $AB = 4cm$, $ID = 3cm$ et $CD = 1{,}5cm$

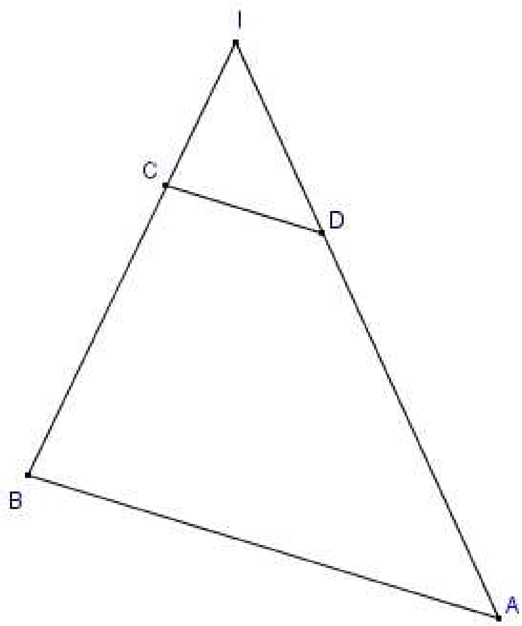


b) $AB = 5cm$, $CD = 10cm$ et $IC = 9cm$



Exercice 2 :

On considère la figure ci-contre :



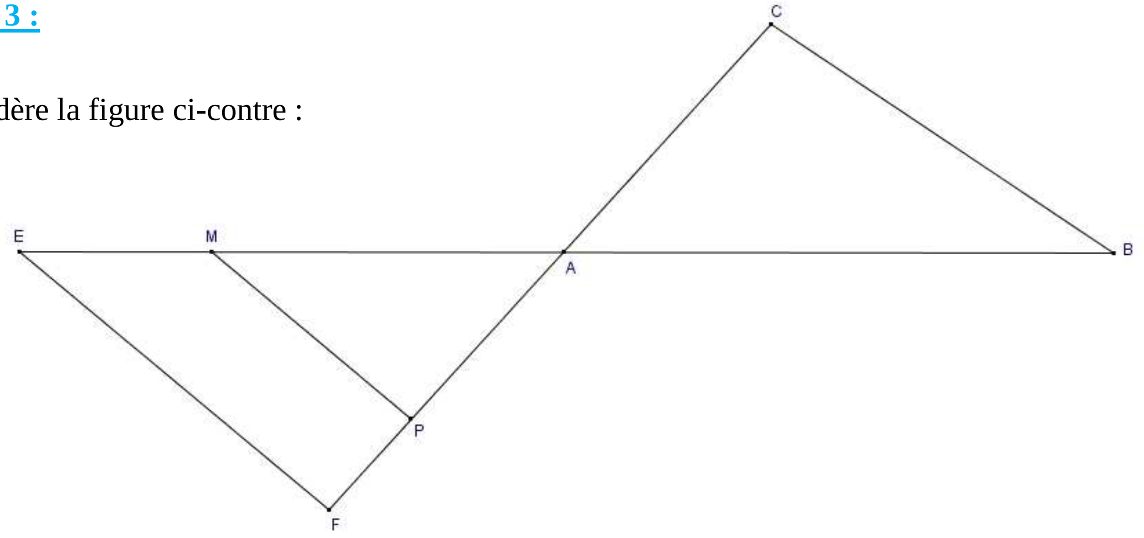
On a $IC = 11{,}9cm$, $IB = 35cm$, $ID = 18{,}2cm$ et $IA = 52cm$.

Montrer que les droites (AB) et (CD) ne sont pas parallèles.

R.Flouret

Exercice 3 :

On considère la figure ci-contre :

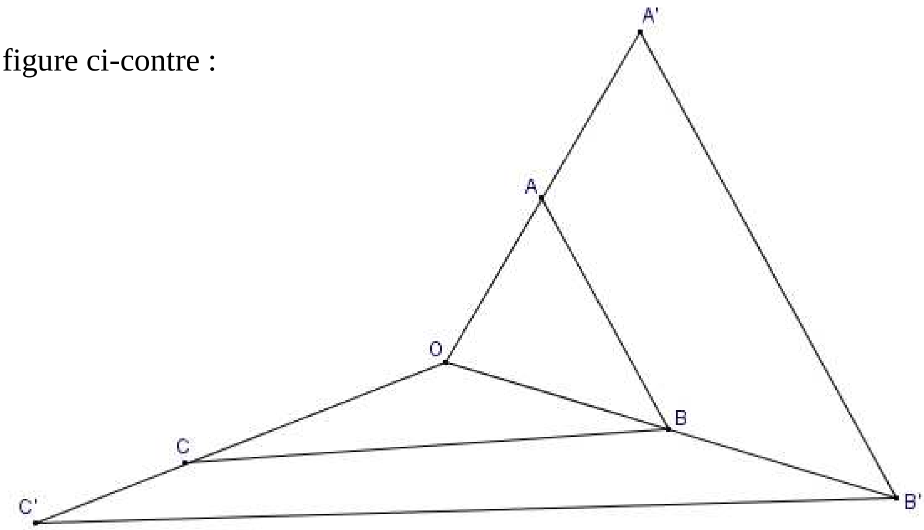


On donne $AM = 6cm$, $MP = 4{,}8cm$, $AP = 3{,}6cm$, $EF = 6cm$, $AC = 4{,}5cm$ et $AB = 7{,}5cm$.
Les droites (EF) et (MP) sont parallèles.

1) Montrer que le triangle AMP est un triangle rectangle
2) Calculer AE puis en déduire ME.
3) Montrer que les droites (MP) et (BC) sont parallèles.

Exercice 4 : (Brevet Centres Étrangers Nice 2006)

Sur la figure ci-contre :



- les points O, A et A’ sont alignés
- les points O, B et B’ sont alignés
- les points O, C et C’ sont alignés
- les droites (AB) et (A’B’) sont parallèles
- les droites (CB) et (C’B’) sont parallèles

Démontrer que les droites (AC) et (A’C’) sont paralléles.

R.Flouret

Corrigé 1 :

a) Les droites (BC) et (AD) sont sécantes en I et (CD)//(AB).
D'après le théorème de Thalès, on a :

$$\frac{IC}{IB} = \frac{ID}{IA} = \frac{CD}{AB}$$

Calcul de AI :

$$\frac{3}{IA} = \frac{1,5}{4} \text{ donc } 1,5 \times IA = 3 \times 4$$

$$IA = \frac{3 \times 4}{1,5}$$

$$IA = 8cm$$

b) Les droites (BD) et (AC) sont sécantes en I et (CD)//(AB).
D'après le théorème de Thalès, on a :

$$\frac{IA}{IC} = \frac{IB}{ID} = \frac{AB}{CD}$$

Calcul de AI :

$$\frac{IA}{9} = \frac{5}{10} \text{ donc } 10 \times IA = 9 \times 5$$

$$IA = \frac{9 \times 5}{10}$$

$$IA = 4,5cm$$

Corrigé 2 :

On a $\frac{IC}{IB} = \frac{11,9}{35} = 0,34$ et $\frac{ID}{IA} = \frac{18,2}{52} = 0,35$.

On a donc $\frac{IC}{IB} \neq \frac{ID}{IA}$. Les droites (CD) et (BA) ne sont donc pas parallèles.

Corrigé 3 :

1) Dans le triangle AMP, [AM] est le côté le plus long.

On a $AM^2 = 6^2 = 36$

De plus, $MP^2 + PA^2 = 4{,}8^2 + 3{,}6^2 = 23{,}04 + 12{,}96 = 36$

On constate que $AM^2 = MP^2 + PA^2$.

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle AMP est rectangle en P.

2) Les droites (EM) et (FP) sont sécantes en A et (EF)//(MP).

D'après le théorème de Thalès, on a :

$$\frac{AM}{AE} = \frac{AP}{AF} = \frac{MP}{EF}$$

Calcul de AE :

$\frac{6}{AE} = \frac{4{,}8}{6}$ donc $4{,}8 \times AE = 6 \times 6$

$$AE = \frac{6 \times 6}{4{,}8}$$

$$AE = 7{,}5cm$$

$M \in [AE]$ donc $ME = AE - AM$

$$ME = 7{,}5 - 6$$

$$ME = 1{,}5cm$$

3) On a $\frac{AM}{AB} = \frac{6}{7{,}5} = 0{,}8$ et $\frac{AP}{AC} = \frac{3{,}6}{4{,}5} = 0{,}8$

On a donc $\frac{AM}{AB} = \frac{AP}{AC}$.

Les points M, A et B d'une part et P, A, C d'autre part sont alignés dans le même ordre et $\frac{AM}{AB} = \frac{AP}{AC}$.

D'après la réciproque du théorème de Thalès, on en déduit que (MP)//(BC).

Corrigé 4 :

Les droites (AA’) et (BB’) sont sécantes en O.

D’après le théorème de Thalès, on a :

$$\frac{OA}{OA'} = \frac{OB}{OB'} = \frac{AB}{A'B'}$$

Les droites (CC’) et (BB’) sont sécantes en O.

D’après le théorème de Thalès, on a :

$$\frac{OC}{OC'} = \frac{OB}{OB'} = \frac{CB}{C'B'}$$

Ainsi, on a $\frac{OA}{OA'} = \frac{OB}{OB'}$ et $\frac{OC}{OC'} = \frac{OB}{OB'}$ donc $\frac{OC}{OC'} = \frac{OA}{OA'}$

Les points O, A et A’ d’une part et O, C, C’ d’autre part sont alignés dans le même ordre et $\frac{OC}{OC'} = \frac{OA}{OA'}$

D’après la réciproque du théorème de Thalès, on en déduit que les droites (AC) et (A’C’) sont parallèles.

Remarque : La solution de l’exercice peut ne pas sauter directement aux yeux. Cependant, la figure comporte plusieurs configurations de Thalès. Et on souhaite montrer que des droites sont parallèles… On peut donc logiquement penser à utiliser la réciproque du théorème de Thalès.