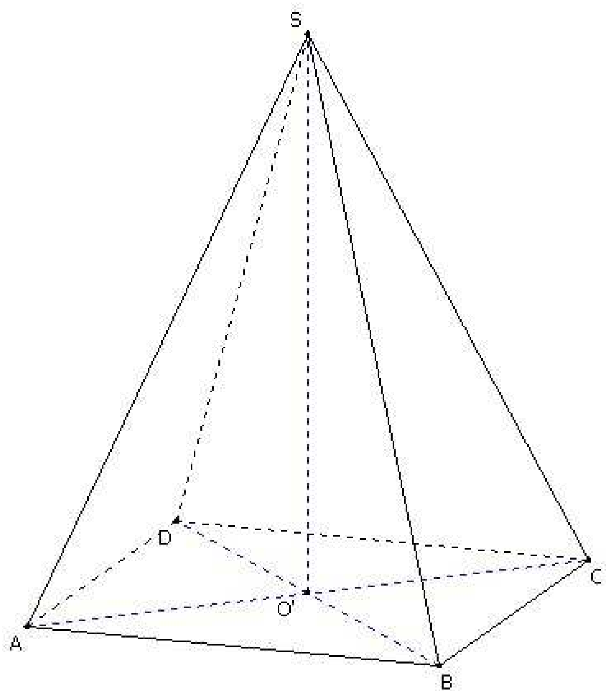
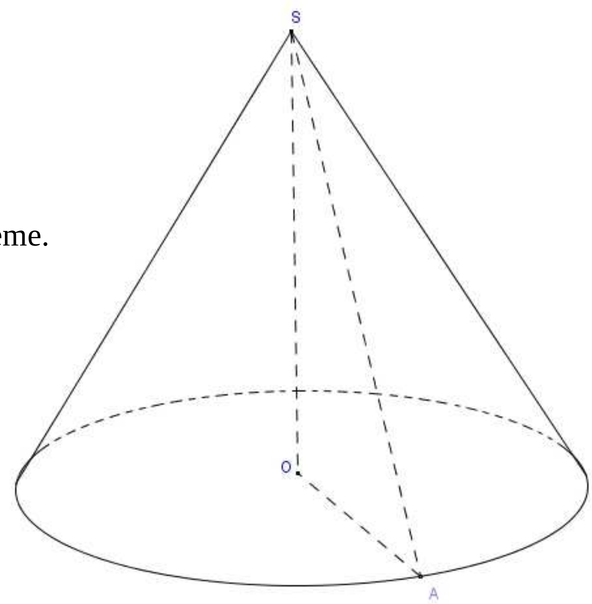
Exercice 1 :



ABCD est un rectangle tel que $AB = 5cm$ et $BC = 3cm$.
De plus $SO' = 6cm$
Calculer le volume de la pyramide SABCD.

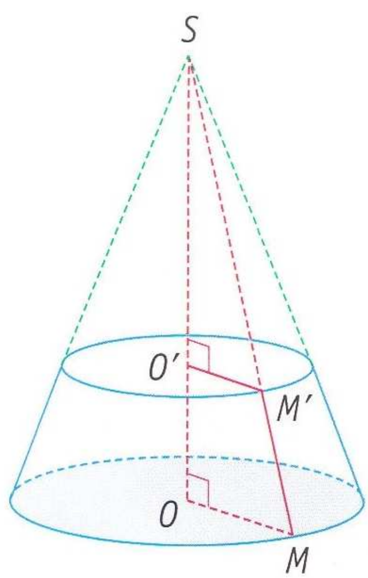
Exercice 2 :



On considère le cône de révolution ci-contre :
On donne $SO = 10cm$ et $OA = 4cm$.

Calculer le volume de ce cône de révolution.
On donnera la valeur exacte puis la valeur arrondie au dixième.

Exercice 3 :



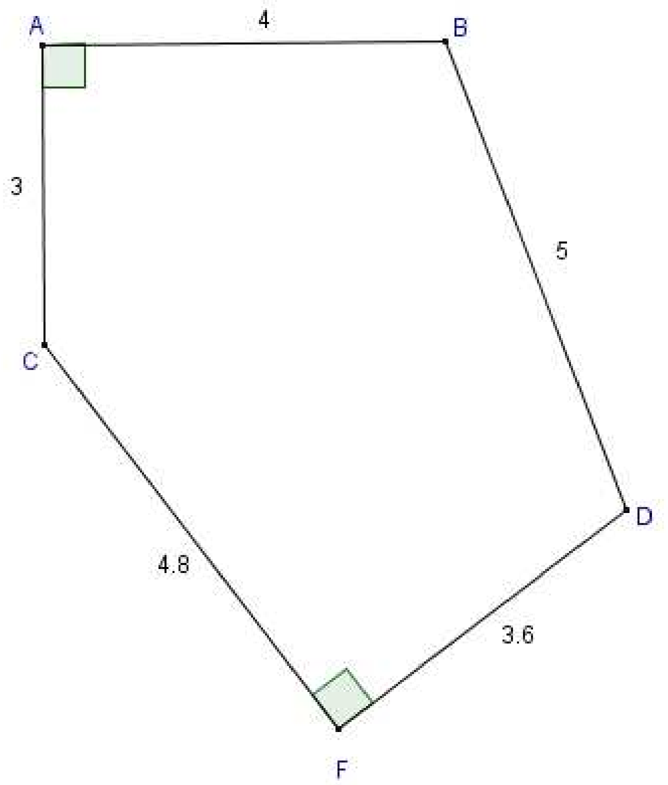
On considère la figure ci-contre :

On a $SO = 8cm$, $SO' = 6cm$ et $OM = 4cm$.
De plus, (OM)//(O'M').

1) Calculer $O'M'$.
2) Calculer le volume du tronc bleu.

Exercice 4 :

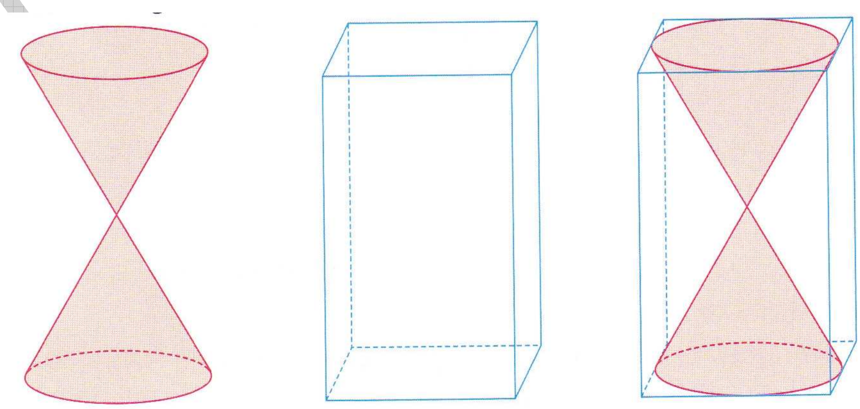
Voici la base d'une pyramide de hauteur 15 cm. Calculer le volume de cette pyramide.



Exercice 5 :

Le solide orange est constitué de deux cônes de révolution identique. Ce solide est contenu exactement dans le carton bleu qui a la forme d'un parallélépipède rectangle. Le volume du parallélépipède rectangle est 100 cm^3.

Calculer le volume du solide orange.



Corrigé 1 :

Soit V le volume de la pyramide.

On a $V = \frac{1}{3} \times B \times h$

$$V = \frac{1}{3} \times AB \times BC \times SO'$$
$$V = \frac{1}{3} \times 5 \times 3 \times 6$$
$$V = 30 cm^3$$

Le volume de la pyramide est donc de 30 cm^3.

Corrigé 2 :

Soit V le volume du cône de révolution.

On a $V = \frac{1}{3} \times B \times h$

$$V = \frac{1}{3} \times \pi \times OA^2 \times SO$$
$$V = \frac{1}{3} \times \pi \times 4^2 \times 10$$
$$V = \frac{160}{3} \pi \, cm^3 (valeur\ exacte)$$
$$V \approx 167{,}6 \, cm^3 (valeur\ arrondie)$$

Le volume du cône de révolution est donc de $\frac{160}{3} \pi \, cm^3$ soit environ $167{,}6 \ cm^3$.

Corrigé 3 :

1) Dans le triangle SOM, on a :

- $O' \in [SO]$
- $M' \in [SM]$
- (OM)//(O'M')

D'après le théorème de Thalès, on a :

$$\frac{SO'}{SO} = \frac{SM'}{SM} = \frac{O'M'}{OM}$$

Calcul de $O'M'$:

$\frac{O'M'}{4} = \frac{6}{8}$ donc $8 \times O'M' = 4 \times 6$

$$O'M' = \frac{4 \times 6}{8}$$
$$O'M' = 3cm$$

2) Soit V le volume du cône de sommet S et de base le disque de centre O et de rayon OM.
Soit V' le volume du cône de sommet S et de base le disque de centre O' et de rayon O'M'.
Soit V'' le volume du tronc de cône bleu.

On a $V'' = V - V'$

$$V'' = \frac{1}{3} \times \pi \times OM^2 \times SO - \frac{1}{3} \times \pi \times O'M'^2 \times SO'$$
$$V'' = \frac{1}{3} \times \pi \times 4^2 \times 8 - \frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 6$$
$$V'' = \frac{74}{3} \pi \text{ cm}^3$$

Le volume du tronc de cône bleu est donc de $\frac{74}{3} \pi \text{ cm}^3$.

Corrigé 4 :

Soit B l'aire de la base.

Clairement, $B = A_{ABC} + A_{CFD} + A_{BCD}$

Calculons l'aire du triangle ABC.

On a $A_{ABC} = \frac{AC \times AB}{2}$

$$A_{ABC} = \frac{3 \times 4}{2}$$
$$A_{ABC} = 6cm^2$$

Calculons l'aire du triangle CFD.

On a $A_{CFD} = \frac{CF \times FD}{2}$

$$A_{CFD} = \frac{4,8 \times 3.6}{2}$$
$$A_{CFD} = 8,64cm^2$$

Reste à calculer l'aire du triangle BCD.

Commençons par calculer BC .

ABC est un triangle rectangle en B.
D'après le théorème de Pythagore, on a :

$BC^2 = AB^2 + AC^2$

$BC^2 = 4^2 + 3^2$

$BC^2 = 16 + 9$

$BC^2 = 25$

$BC = \sqrt{25}$

$BC = 5cm$

On a donc $BC = BD$. Le triangle BCD est donc isocèle en B.

Maintenant, calculons CD .

CFD est un triangle rectangle en F.
D'après le théorème de Pythagore, on a :

$CD^2 = CF^2 + FD^2$

$CD^2 = 4{,}8^2 + 3{,}6^2$

$CD^2 = 23{,}04 + 12{,}96$

$CD^2 = 36$

$CD = \sqrt{36}$

$CD = 6cm$

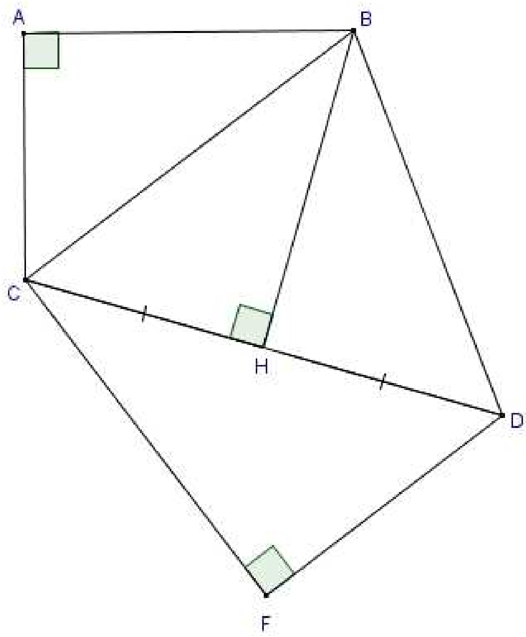
Soit H le pied de la hauteur issue de B dans le triangle BCD.

Le triangle BCD étant isocèle, [BH] est aussi la médiane issue de B.
Or, dans un triangle, la médiane est une droite passant par un sommet et par le milieu du côté opposé.
Donc H est le milieu de [CD].

Donc $CH = \dfrac{CD}{2}$

$CH = \dfrac{6}{2}$

$CH = 3cm$



Calculons BH.

CBH est un triangle rectangle en H.
D’après le théorème de Pythagore, on a :

$BC^2 = CH^2 + HB^2$
$BH^2 = BC^2 - CH^2$
$BH^2 = 5^2 - 3^2$
$BH^2 = 25 - 9$
$BH^2 = 16$
$BH = \sqrt{16}$
$BH = 4cm$

Nous pouvons maintenant (ouf !) calculer l’aire du triangle BCD.

$A_{BCD} = \frac{CD \times BH}{2}$
$A_{BCD} = \frac{6 \times 4}{2}$
$A_{BCD} = 12cm^2$

On en déduit que $B = A_{ABC} + A_{CFD} + A_{BCD}$
$B = 6 + 8.64 + 12$
$B = 26,64cm^2$

Soit V le volume de la pyramide.

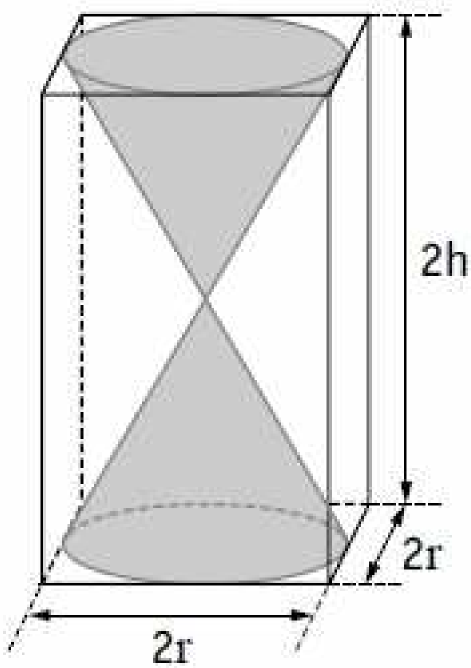
On a $V = \frac{1}{3} \times B \times h$
$V = \frac{1}{3} \times 26,64 \times 15$
$V = 133,2cm^3$

Le volume de la pyramide est donc de $133,2cm^3$.

Corrigé 5 :

Soit r le rayon de la base d'un cône et h sa hauteur.

Le parallélépipède rectangle a alors pour longueur $2r$, pour largeur $2r$ et pour hauteur $2h$.



Soit V' le volume du parallélépipède rectangle.

On a $V' = 2r \times 2r \times 2h$

$V' = 8hr^2$

Or le volume du parallélépipède rectangle est de 100 cm^3.

Donc $8hr^2 = 100$

On en déduit que $r^2 \times h = \frac{100}{8} = \frac{25}{2}$

Soit V le volume d'un cône.

On a $V = \frac{1}{3} \times \pi \times r^2 \times h$

$V = \frac{1}{3} \times \pi \times \frac{25}{2}$ (car $r^2 \times h = \frac{25}{2}$)

$V = \frac{25}{6} \pi$ cm^3

Le volume du solide orange est égal à $2V$.

On en déduit que le volume du solide orange est de $\frac{25}{3} \pi$ cm^3