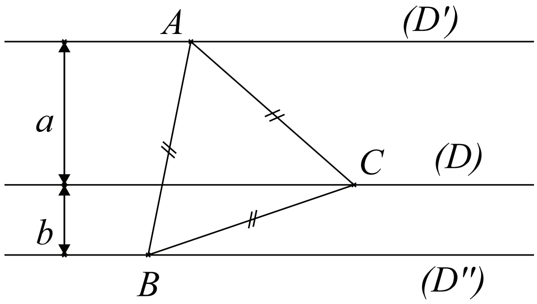
Dossier du 11 juillet 2008

Thème : Problèmes de calcul de grandeurs
Calculs de longueurs, d'aires et de volumes

1. L'exercice proposé au candidat

Dans la figure ci-dessous le triangle ABC est équilatéral et les droites (D), (D') et (D'') sont des droites parallèles passant respectivement par les sommets C, A et B. On note a la distance de (D) à (D') et b celle de (D) à (D'') ; on se propose de calculer, en fonction de a et b, l'aire du triangle ABC.



1 Le cercle circonscrit à ABC recoupe la droite (D) en un point P. Montrer que $AP = \dfrac{2a}{\sqrt{3}}$ et que $BP = \dfrac{2b}{\sqrt{3}}$.

2 En déduire que $AB^2 = \dfrac{4(a^2+b^2+ab)}{3}$.

3 Calculer l'aire du triangle ABC en fonction de a et b.

2. Le travail demandé au candidat

> En aucun cas, le candidat ne doit rédiger sur sa fiche sa solution de l'exercice. Celle-ci pourra néanmoins lui être demandée partiellement ou en totalité lors de l'entretien avec le jury.

Pendant sa préparation, le candidat traitera les questions suivantes :

Q.1) Dégager les méthodes et les savoirs mis en jeu dans la résolution de l'exercice.

Q.2) Proposer la rédaction d'une solution à la question 1).

Sur ses fiches, le candidat rédigera et présentera :

- ◇ Sa réponse à la question **Q.2)**.
- ◇ Un ou plusieurs exercices se rapportant au thème « **Problèmes de calcul de grandeurs : calculs de longueurs, d'aires et de volumes** ».

11 juillet 2008, Dossier 10 : Géométrie, calcul de grandeurs

L’exercice du jury a été relativement bien compris. Les candidats ont en général su le résoudre. Certains candidats semblent avoir été génés par les références aux programmes (résolution vectorielle/analytique) et ont perdu du temps dans leur préparation à tenter d’utiliser ces outils pour la question 1). La question 2) a été négligée. Des difficultés avec la formule d’Al Kashi et le théorème de l’angle inscrit. Quatre candidats sur dix présentent des animations intéressantes avec le logiciel de géométrie dynamique.
Le sujet fait remonter à la surface l’éternelle difficulté qu’ont les candidats avec les angles orientés. Les candidats ont du mal à énoncer correctement le théorème de l’angle inscrit, qu’il confondent souvent avec le théorème de l’angle au centre.
Les exercices proposés sont pauvres. Quelques candidats proposent un calcul de volume. Beaucoup d’exercices sur la formule d’Al Kashi. Les candidats ont tenté de varier le niveau de leurs exercices (collège, lycée).

1) D'après le théorème de l'angle inscrit, on a $\widehat{APC}=\widehat{ABC}=60°$

Dans le triangle rectangle APH_1, on a $\sin(\widehat{APH}_1)=\dfrac{AH_1}{AP} \Rightarrow \dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{a}{AP} \Rightarrow AP=\dfrac{2a}{\sqrt{3}}$

Aussi, d'après le théorème de l'angle inscrit, on a $\widehat{BPC}=\widehat{BAC}=60°$

Dans le triangle rectangle PBH_2, on a $\sin(\widehat{BPH}_2)=\dfrac{BH_2}{BP} \Rightarrow \dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{b}{BP} \Rightarrow BP=\dfrac{2b}{\sqrt{3}}$

2)D'après le théorème d'Al-Kashi, on a $AB^2=AP^2+BP^2-2AP\times BP\times\cos(\widehat{APB})$.

Or $\cos(\widehat{APB})=\cos(\widehat{APC}+\widehat{BPC})=\cos(120°)=-\dfrac{1}{2}$

d'où $AB^2=\dfrac{4a^2}{3}+\dfrac{4b^2}{3}+\dfrac{4ab}{3}=\dfrac{4(a^2+b^2+ab)}{3}$

3) Soit S l'aire du triangle équilatéral ABC. On a donc $S=\dfrac{AB\times BC\times\sin(\hat{B})}{2}=\dfrac{\sqrt{3}\times AB^2}{4}=\dfrac{a^2+b^2+ab}{\sqrt{3}}$