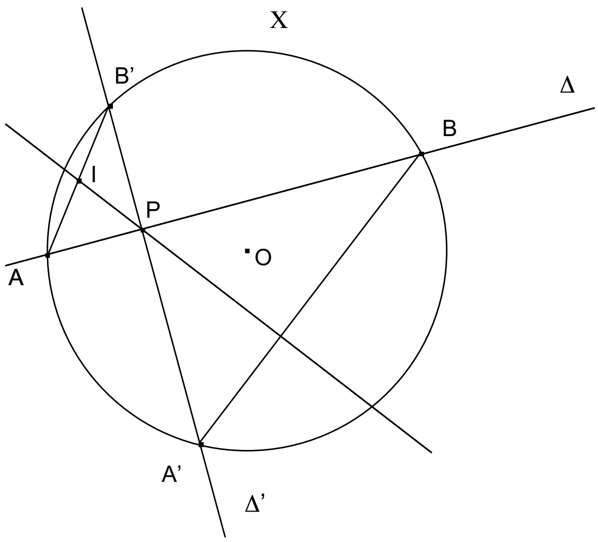
Dossier du 29 juin 2008

Thème : Outils - calcul vectoriel

1. L'exercice proposé au candidat

On considère un cercle X de centre O et de rayon r et un point P du plan. On pose $d = OP$.

1. Une droite Δ passant par P coupe le cercle X en A et B. On note E le point du cercle X diamétralement opposé à A.
   Démontrer que $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB} = \overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PE}$. En déduire que $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB} = d^2 - r^2$.
2. Application à l'étude d'une configuration :
   Dans la figure ci-dessous les droites Δ et Δ' sont orthogonales et le point I est le milieu du segment $[AB']$. Démontrer que les droites (PI) et $(A'B)$ sont orthogonales.



2. Le travail demandé au candidat

En aucun cas, le candidat ne doit rédiger sur sa fiche sa solution de l'exercice. Celle-ci pourra néanmoins lui être demandée partiellement ou en totalité lors de l'entretien avec le jury.

Pendant sa préparation, le candidat traitera les questions suivantes :

Q.1) Indiquer, pour chacune des questions de l'exercice, les savoirs mis en jeu.

Q.2) Rédiger une solution de la question 2 de l'exercice telle que le candidat la présenterait à un élève de Première S.

Sur ses fiches, le candidat rédigera et présentera :

- ◇ Sa réponse à la question **Q.2**.
- ◇ Un ou plusieurs exercices sur le thème « **Outils - Calcul vectoriel** ».

29 Juin 2008, Dossier 2 : Outils, calcul vectoriel

Certains candidats ont traduit le titre du thème en « produit scalaire » et n'ont donc proposé que des exercices sur le produit scalaire. Les choix d'exercices par les candidats ont été inégaux, le terme « outil » ayant été mal analysé. Certains exercices ont consisté en du calcul vectoriel pour lui-même. On note un certain manque de recul par rapport aux exercices proposés, souvent trop simples mais pas forcément maîtrisés ou bien inappropriés par rapport à l'utilisation de l'outil. Certains candidats n'ont pas su résoudre la question 2) du jury. Ils utilisent la relation de Chasles dans tous les sens avant d'arriver au résultat. Les solutions proposées sont faites à l'aide de calculs inutilement compliqués. Une très grande majorité de candidats (environ 80%) présente des difficultés à définir le produit scalaire. Peu de candidats ont pensé à faire la figure en utilisant un logiciel de construction.

1) On a $\overrightarrow{PA}.\overrightarrow{PB} = \overrightarrow{PA}.(\overrightarrow{PE} + \overrightarrow{EB}) = \overrightarrow{PA}.\overrightarrow{PE} + \overrightarrow{PA}.\overrightarrow{EB}$

Or $\overrightarrow{PA}.\overrightarrow{EB} = PA.EB.\cos(\overrightarrow{PA}, \overrightarrow{EB}) = PA.EB.\cos(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{EB}) = 0$ car le triangle AEB est rectangle en B.

D'où $\overrightarrow{PA}.\overrightarrow{PB} = \overrightarrow{PA}.\overrightarrow{PE}$

On a $\overrightarrow{PA}.\overrightarrow{PE} = (\overrightarrow{PO} + \overrightarrow{OA}).(\overrightarrow{PO} + \overrightarrow{OE}) = (\overrightarrow{PO} + \overrightarrow{OA}).(\overrightarrow{PO} - \overrightarrow{OA}) = PO^2 - OA^2 = d^2 - r^2$

2) De la même manière qu'à la question 1, on montre facilement que $\overrightarrow{PB'}.\overrightarrow{PA'} = d^2 - r^2$

On a $\overrightarrow{PI} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB'}) \Rightarrow 2\,\overrightarrow{PI}.\overrightarrow{A'B} = (\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB'}).(\overrightarrow{PB} - \overrightarrow{PA'}) = \overrightarrow{PA}.\overrightarrow{PB} - \overrightarrow{PB'}.\overrightarrow{PA'} = 0$

On en déduit donc que (PI) et (A'B) sont orthogonales.