Si $T = \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}$, il est clair que $T \sim \mathrm{N}_3(0, I_3)$ et $\begin{pmatrix} U \\ V \\ W \end{pmatrix} = AT$ avec $A = \begin{pmatrix} a & 0 & -\mathrm{b} \\ 0 & \mathrm{c} & 0 \\ b & 0 & \mathrm{a} \end{pmatrix}$.

On a $AA^t = I_3$ donc $AT \sim \mathrm{N}_3(0, I_3)$ ce qui entraîne que U, V, W sont indépendantes et de même loi $N(0,1)$.

On a $E[U|X] = E[aX - bZ|X] = aE[X|X] - bE[Z|X] = aX$.

De plus, comme $\begin{pmatrix} X \\ U \end{pmatrix} \sim \mathrm{N}_2(0, I_2)$, on a $E[X|U] = aU$