

$$1) \forall y \in \mathbb{R}, \text{ on a } F_Y(y) = P(Y \leq y) = P\left(X^{\frac{1}{a}} \leq y\right)$$

Ainsi, si $y \leq 0$, alors $F_Y(y) = 0$

$$\text{Si } y > 0, F_Y(y) = P(X \leq y^a) = F_X(y^a) = \int_0^{y^a} \lambda e^{(-\lambda x)} dx = 1 - e^{(-\lambda y^a)}$$

Il en découle que $f_Y(y) = \lambda a y^{a-1} e^{(-\lambda y^a)} \chi_y > 0$

2) $\forall 0 < u \leq 1$, on a :

$$F_Y(y) = u \Leftrightarrow 1 - e^{(-\lambda y^a)} = u \Leftrightarrow e^{(-\lambda y^a)} = 1 - u \Leftrightarrow -\lambda y^a = \ln(1 - u) \Leftrightarrow y = \left(-\frac{\ln(1 - u)}{\lambda}\right)^{\frac{1}{a}} \Leftrightarrow y = F_Y^{-1}(u), \text{ avec}$$

$$F_Y^{-1}(u) = \left(-\frac{\ln(1 - u)}{\lambda}\right)^{\frac{1}{a}}.$$

Si $u \sim U([0;1])$, il découle de la méthode d'inversion que la variable aléatoire $\left(-\frac{\ln(u)}{\lambda}\right)^{\frac{1}{a}}$ suit la loi de Weibull $W(a, \lambda)$ ce qui fournit une façon de générer une réalisation de Y .

Notation : χ représente la fonction indicatrice.