Exercice 1 :

On jette un dé 100 fois et on note la lecture x_i . On appelle n_i l'effectif correspondant à la lecture x_i (n_i est le nombre d'apparitions du chiffre x_i).

On obtient le tableau suivant :

x_i	1	2	3	4	5	6
n_i	20	10	26	14	10	20

1) Déterminer les fréquences, les fréquences cumulées, le diagramme en baton des fréquences, le polygone des fréquences, la courbe des fréquences cumulées.

2) Déterminer le mode, la moyenne m , la médiane, l'étendue.

Exercice 2 :

Dans un lycée, trois classes de terminal S ont le même sujet de mathématiques au cours d'un bac blanc. Les notes obtenues sont les suivantes :

Terminale S_1 *:*

Notes	6.5	8	9	10	11	12.5	14	16
effectifs	3	7	5	3	3	4	1	1

Terminale S_2 *:*

notes	7	8	9	10	11	12.5	14	15	17
effectifs	2	5	6	5	3	4	2	1	2

Terminale S_3 *:*

Notes	6	7.5	9	10	11	12.5	14	15	17
effectifs	4	4	5	4	2	3	4	2	3

1) Calculer les moyennes m_1, m_2, m_3 des notes respectives en TS_1, TS_2, TS_3 .

2) En déduire la moyenne m des notes des trois classes réunies.

Exercice 3 :

La répartition des tailles de 100 personnes est la suivante :

Taille en m	$[1.40;1.50[$	$[1.50;1.60[$	$[1.60;1.70[$	$[1.70;1.80[$	$[1.80;1.90[$
effectif	8	24	32	28	8

1) Construire l'histogramme et le polygone des fréquences.

2) Trouver la classe modale, la moyenne, la médiane.

Exercice 4 :

Un parc à voitures contient 100 voitures dont le kilométrage est réparti en classes (en $10^3\,km$)

kilométrage	$[0;20[$	$[20;40[$	$[40;60[$	$[60;80[$	$[80;100[$	$[100;160[$
effectif	10	19	22	25	14	10

1) Construire l'histogramme et la courbe des fréquences cumulées

2) Trouver la classe modale, la moyenne et la médiane

Exercice 5 :

1) Dans l'entreprise A, le salaire moyen annuel est deux fois plus élevé que dans l'entreprise B.
Quelle entreprise choisir, *a priori* ?

2) On précise la situation en donnant la composition des entreprises et le salaire annuel :

- entreprise A : 24 ingénieurs à 40 000 € et 1 ouvrier à 8 000 €
- entreprise B : 1 ingénieur à 80 000 € et 24 ouvriers à 16 000 €

Qu'en pensez-vous ?

Exercice 6 :

La température est relevée chaque heure pendant 4 jours dans une forêt. Les 97 résultats obtenus ont été triés et sont rassemblés dans le tableau suivant.

Température	14 ,5	15	15,5	16	16,5	17	17,5	18	18,5	19	19,5
Nombre de fois où cette température a été relevée	5	7	10	12	15	10	11	9	7	7	4

1) Déterminer la médiane M, les quartiles Q_1 et Q_3.

2) On appelle premier décile (noté D_1) la plus petite valeur de la température telle qu'au moins 10% des valeurs sont inférieurs ou égales à D_1. On appelle neuvième décile (noté D_9) la plus petite valeur telle qu'au moins 90% des valeurs sont inférieurs ou égales à D_9. Calculer D_1 et D_9.

Exercice 7 :

Une entreprise en plomberie a établi le relevé suivant de ses interventions journalières pour une période de 52 jours ouvrables.

Nombre d'interventions	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
Nombre de jours	1	2	4	4	5	7	8	7	6	5	2	1

Déterminer la médiane et les quartiles Q_1 et Q_3.

Corrigé 1 :

x_i	1	2	3	4	5	6
n_i	20	10	26	14	10	20
f_i	0.20	0.10	0.26	0.14	0.10	0.20
Fréquence cumulée	0.20	0.30	0.56	0.70	0.80	1

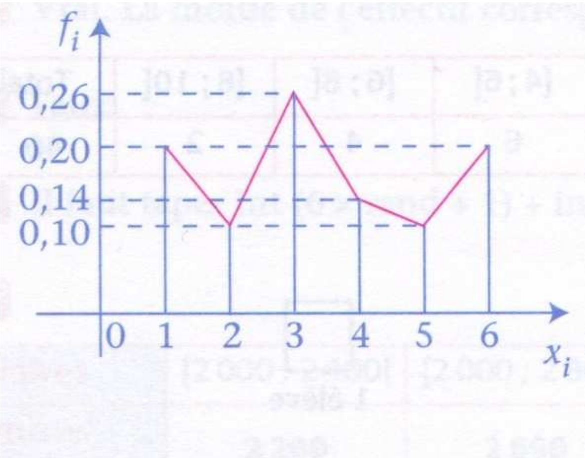

Fig. 1

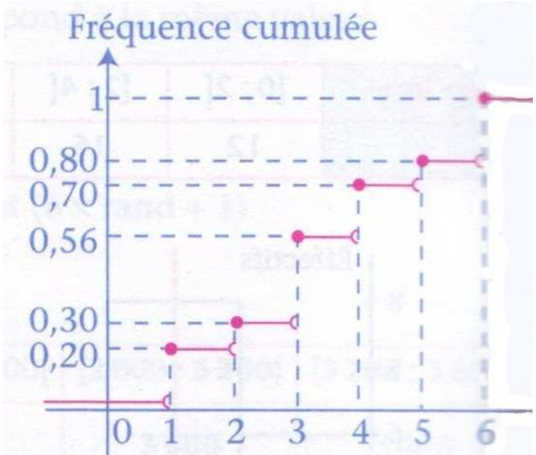

Fig. 2

Sur la figure 1 : le diagramme en bâtons et le polygone des fréquences (en couleurs)

Sur la figure 2 : la courbe des fréquences cumulées obtenue de la façon suivante : soit F la fonction définie sur R dont la représentation graphique est la courbe des fréquences :

- Si $x < 1$, la fréquence des lectures inférieures ou égales à x est nulle donc F(x)=0
- Si $1 \leq x < 2$, la fréquence des lectures inférieures ou égales à x est celle de la lecture 1 donc F(x)=0.20
- Si $2 \leq x < 3$, la fréquence des lectures inférieures ou égales à x est celle des lectures 1 ou 2 donc F(x)=0.30

De même :

- Si $3 \leq x < 4$, F(x)=0.56
- Si $4 \leq x < 5$, F(x)=0.70
- Si $5 \leq x < 6$, F(x)=0.80
- Si $x \geq 6$, F(x)=1

Remarque : Une telle fonction constante par intervalles est appelée fonction en escalier.

2) Le mode est la lecture ayant le plus grand effectif, c'est-à-dire 3.

La moyenne est : $m = (0.20\times1)+(0.10\times2)+(0.26\times3)+(0.14\times4)+(0.10\times5)+(0.20\times6) = 3.44$.

La médiane est 3 (il y a autant de lectures inférieures ou égales à 3 que de lectures supérieures ou égales à 3).

L'étendue est 6-1=5.

Corrigé 2 :

1) $$m_1 = \frac{(3\times 6.5)+(7\times 8)+(5\times 9)+(3\times 10)+(3\times 11)+(4\times 12.5)+14+16}{27}$$

$$m_1 = \frac{263.5}{27} \approx 9.8$$

$$m_2 = \frac{(2\times 7)+(5\times 8)+(6\times 9)+(5\times 10)+(3\times 11)+(4\times 12.5)+(2\times 14)+15+(2\times 17)}{30}$$

$$m_2 = \frac{318}{30} = 10.6$$

$$m_3 = \frac{(4\times 6)+(4\times 7.5)+(5\times 9)+(4\times 10)+(2\times 11)+(3\times 12)+(4\times 14)+(2\times 15)+(3\times 17)}{31}$$

$$m_3 = \frac{334}{31} \approx 10.8$$

2) On a $$m \approx \frac{(27\times 9.8)+(30\times 10.6)+(31\times 10.8)}{27+30+31}$$

$$m \approx 10.4$$

Corrigé 3 :

Taille en m	[1.40;1.50[	[1.50;1.60[	[1.60;1.70[	[1.70;1.80[	[1.80;1.90[
effectif	8	24	32	28	8
f_i	0.08	0.24	0.32	0.28	0.08
Fréquence cumulée	0.08	0.32	0.64	0.92	1

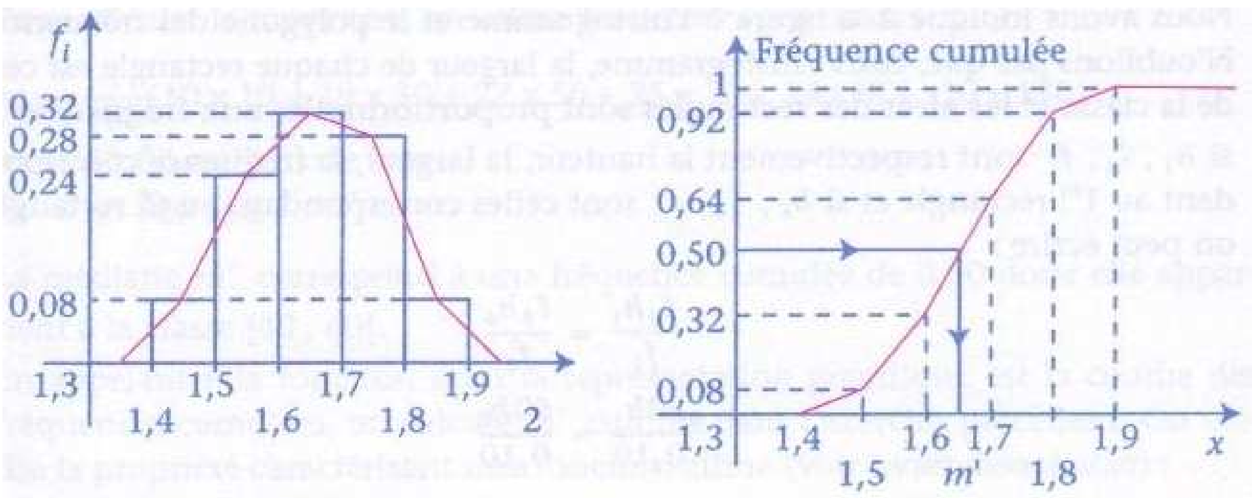

Fig. 1 Fig. 2

Sur la figure 1 : l'histogramme et le polygone des fréquences

Sur la figure 2 : la courbe des fréquences cumulées qui est la représentation graphique d'une fonction F affine par intervalles.

2) La classe modale est la classe ayant la plus grande hauteur dans l'histogramme. C'est la classe $[1.60;1.70[$.

Pour calculer la moyenne, on utilise les centres des classes :

$$m = \frac{1}{100}(8\times1.45 + 24\times1.55 + 32\times1.65 + 28\times1.75 + 8\times1.85)$$
$$m \approx 1.65$$

La médiane m' correspond à une fréquence cumulée de 0.50 donc elle appartient à la classe $[1.60;1.70[$. On sait que l'accroissement de la fonction F est proportionnel à l'accroissement de la variable donc :

$$\frac{F(m')-F(1{,}60)}{m'-1{,}60} = \frac{F(1{,}70)-F(1{,}60)}{1{,}70-1{,}60}$$
$$\frac{0{,}50-0{,}32}{m'-1{,}60} = \frac{0{,}64-0{,}32}{0{,}1}$$
$$\frac{0.18}{m'-1{,}60} = 3.2$$
$$3{,}2(m'-1{,}60) = 0{,}18$$
$$3{,}2m' = 0{,}18 + 3.2\times1{,}60 = 5{,}3$$

On en déduit que $m' = \frac{5{,}3}{3{,}2} = 1{,}66$

Corrigé 4 :

kilométrage	$[0;20[$	$[20;40[$	$[40;60[$	$[60;80[$	$[80;100[$	$[100;160[$
effectif	10	19	22	25	14	10
f_i	0.10	0.19	0.22	0.25	0.14	0.10
Fréquence cumulée	0.10	0.29	0.51	0.76	0.90	1

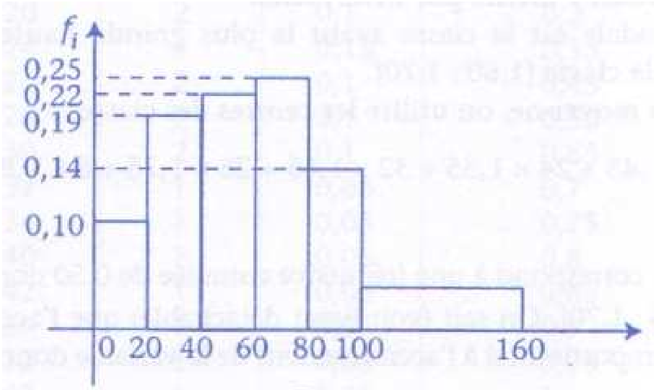

Fig. 1

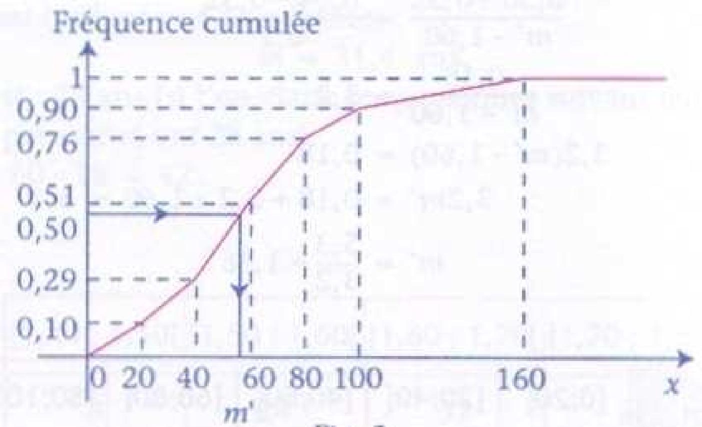

Fig. 2

Sur la figure 1 : l'histogramme et le polygone des fréquences.
Sur la figure 2 : la courbe des fréquences cumulées.

Rappel : Dans l'histogramme, la largeur de chaque rectangle est celle de la classe et les aires des rectangles sont proportionnelles aux fréquences : si h_i, l_i, f_i sont respectivement la hauteur, la largeur, la fréquence correspondant au rectangle i, on peut écrire :

$$\frac{l_1 h_1}{f_1} = \frac{l_6 h_6}{f_6}$$
$$\frac{20 h_1}{0.10} = \frac{60 h_6}{0.10}$$

On en déduit que $h_6 = \frac{1}{3} h_1$. La hauteur du 6ième rectangle est le tiers de la hauteur du 1er rectangle.

2) La classe modale, correspondant au rectangle ayant la plus grande hauteur, est $[60;80[$.

Pour calculer la moyenne, on utilise les centres des classes :

$$m = \frac{1}{100}(10\times10 + 19\times30 + 22\times50 + 25\times70 + 14\times90 + 10\times130)$$
$$m = 60.80 \text{ milliers de km}$$
$$m = 60800 \text{ km}$$

La médiane m' correspond à une fréquence cumulée de 0.50 donc elle appartient à la classe $[40;60[$.

En appelant F la fonction dont la représentation graphique est la courbe des fréquences cumulées, on sait que l'accroissement de la fonction F est proportionnel à l'accroissement de la variable donc :

$$\frac{F(m') - F(40)}{m' - 40} = \frac{F(60) - F(40)}{60 - 40}$$
$$\frac{0.50 - 0.29}{m' - 40} = \frac{0.51 - 0.29}{20}$$
$$\frac{0.21}{m' - 40} = 0.011$$
$$0.011(m' - 40) = 0.21$$
$$0.011 m' = 0.21 + 0.011 \times 40 = 0.65$$

On en déduit que $m' = \frac{0.65}{0.011} \approx 59.1$ milliers de km donc $m' \approx 59100 km$

Corrigé 5 :

1) Clairement, on choisirait l'entreprise A !

2) Et pourtant, dans l'entreprise B, chaque catégorie de personnel a un salaire double de celui obtenu dans l'entreprise A par la même catégorie.

Calculons les salaires moyens :

- Dans l'entreprise A : $\dfrac{24\times 40000+1\times 8000}{25}=38720\,€$
- Dans l'entreprise B : $\dfrac{1\times 80000+24\times 16000}{25}=18560\,€$

Le salaire moyen dans l'entreprise A est le double de celui de l'entreprise B !

Conclusion : La comparaison des moyennes n'a de signification que pour deux séries de même structure.

Corrigé 6 :

1) Puisque le nombre d'observations est impair $(97=2\times 48+1)$, la médiane M sera égale à la $49^{\text{ième}}$ mesure de température soit à 16,5°.

On a $97\times\dfrac{25}{100}=24{,}25$ donc le quartile Q_1 correspondra à la $25^{\text{ième}}$ mesure c'est-à-dire 16°.

On a $97\times\dfrac{75}{100}=72{,}75$ donc le quartile Q_3 correspondra à la $73^{\text{ième}}$ mesure c'est-à-dire 18°.

2) On a $97\times\dfrac{10}{100}=9{,}7$ donc le décile D_1 correspondra à la $10^{\text{ième}}$ mesure c'est-à-dire 15°.

On a $97\times\dfrac{90}{100}=87{,}3$ donc le décile D_9 correspondra à la $88^{\text{ième}}$ mesure c'est-à-dire 19°.

Corrigé 7 :

Puisque 52 est un nombre pair, la médiane de cette série statistique correspondra à la moyenne du nombre d'interventions des $26^{\text{ième}}$ et $27^{\text{ième}}$ jour donc la médiane vaut 20.

On a $52\times\dfrac{25}{100}=13$ donc Q_1 est égal à la moyenne du nombre d'interventions des $13^{\text{ième}}$ et $14^{\text{ième}}$ jour donc $Q_1=18$.

On a $52\times\dfrac{75}{100}=39$ donc Q_3 est égal à la moyenne du nombre d'interventions des $39^{\text{ième}}$ et $40^{\text{ième}}$ jour donc $Q_3=22$.