« Racine de deux » est irrationel

Raisonnons par l'absurde :

Supposons que $\sqrt{2}$ soit rationnel. Alors, $\exists (p,q) \in (Z, N^*) / \sqrt{2} = \frac{p}{q}$ avec $p\gcd(p,q)=1$

On a alors $\sqrt{2}q = p$ puis $2q^2 = p^2$ donc $2/p^2$ et donc $2/p$ (Ralenti)

p s'écrit donc p = 2p' avec $p' \in Z$ d'où $2q^2 = 4p'^2$ soit $q^2 = 2p'^2$.

On a donc $2/q^2$ puis $2/q$

Bilan : $2/p$ et $2/q$ donc $2/p\gcd(p,q) \Rightarrow 2/1$

Absurde !

Conclusion : $\sqrt{2}$ est irrationel

Ralenti : Supposons que $2/p^2$ et 2 ne divise pas p.
On a donc $p = 2p'+1$ et $p^2 = 4p'^2 + 4p'+1 = 2(2p'^2+2p')+1$ d'où p^2 est impair. Absurde !

R.Flouret